

УДК 533.92

ИОНИЗАЦИОННОЕ РАВНОВЕСИЕ В СИЛЬНО НЕИДЕАЛЬНОЙ
ПЛАЗМЕ С КОНДЕНСИРОВАННОЙ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗОЙ*Жуховицкий Д. И., Храпак А. Г., Якубов И. Т.*

Дана классификация состояний плазмы с конденсированной дисперсной фазой. В условиях, типичных для обычной низкотемпературной плазмы, система оказывается сильно неидеальной по межчастичному взаимодействию. Аналитически решена задача об ионизационном равновесии в системе сильно взаимодействующих частиц и эмиттированных ими электронов. Получено условие применимости модели ячеек. Введено понятие перенормированного заряда частицы, играющего важную роль при определении средних параметров плазмы. Предложен метод расчета полидисперсной системы.

Низкотемпературная плазма, содержащая частицы конденсированной дисперсной фазы (КДФ), давно вызывает значительный интерес, например [1—5]. Наиболее актуальным является вопрос об ионизационном равновесии в такой системе. Оно может быть охарактеризовано равновесными значениями концентраций электронов и заряженных частиц. В [6—11] к настоящему времени имеются сведения об исследовании лишь дебаевской плазмы с КДФ. Имеются также численные расчеты в рамках ячейечной модели [12, 13], условия применимости которой остались невыясненными. Неудовлетворительное состояние теории ставит под вопрос результаты многих конкретных расчетов, в которых не обсуждаются условия применимости исходных предположений.

В данной работе впервые представлена классификация состояний плазмы с КДФ по параметру межчастичных взаимодействий. Специфика плазмы с КДФ заключается в том, что, благодаря макроскопичности частиц, они могут приобретать макроскопические заряды. В результате в стандартных условиях ($T=2000-3000$ К, $n_e=10^8-10^{14}$ см⁻³) в зависимости от концентраций частиц, их размеров и работы выхода реализуется весь диапазон состояний плазмы — от дебаевской до сильно неидеальной системы заряженных частиц.

1. Классификация состояний плазмы с КДФ. Концентрация электронов в плазме определяется как ионизацией газа, так и процессами термоэмиссии. Рассмотрим предельный случай: систему частиц и эмиттированных ими электронов. Такая система, наиболее ярко иллюстрирующая специфику плазмы с КДФ, реализуется, если газ, в котором находятся частицы КДФ, инертен. Обобщение полученных ниже соотношений на случай высокой степени ионизации газа не встречает принципиальных трудностей.

Рассматриваемая система характеризуется тремя параметрами кулоновских взаимодействий: межчастичным $\gamma_p = Z^2 n_p^{1/3} e^2 / kT$, межэлектронным $\gamma_e =$

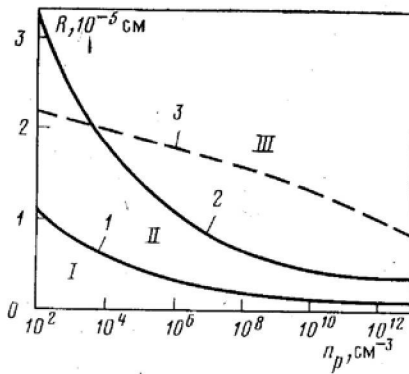


Рис. 1

Рис. 1. Области состояний плазмы с частицами КДФ радиуса R при $T=2500$ К и $W=2,3$ эВ: 1 — $\Gamma_p=1$, 2 — $\gamma_p=4$, 3 — $\kappa_s R=(2L)^{1/2}$

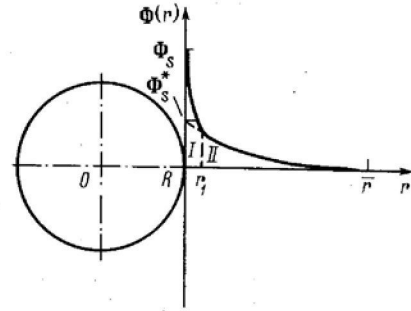


Рис. 2

Рис. 2. Распределение потенциала вокруг частицы в режиме сильного экранирования

$=e^2 n_e^{1/2} / kT$ и параметром взаимодействия между частицами и электронами $\gamma_{pe} = Ze^2 / \langle r \rangle kT$, где $\langle r \rangle$ — среднее расстояние между электроном и частицей, Z — средний заряд частицы, n_p и n_e — концентрации частиц и электронов. Вне зависимости от степени неидеальности система может быть квазиоднородна, так что $n_e \approx Zn_p$, $\langle r \rangle \sim n_p^{-1/3}$ и, если $Z \gg 1$, выполняются неравенства $\gamma_e \ll \gamma_{pe} \ll \gamma_p$.

Поэтому, если $\gamma_p \ll 1$, вся система близка к идеальной — плазма с КДФ является дебаевской. Дебаевскую плазму характеризует параметр

$$\Gamma_p = Z^2 e^2 / r_D kT \approx (4\pi)^{1/2} \gamma_p^{-1/2},$$

где $r_D^{-1} = (4\pi e^2 Z(Z+1) n_p / kT)^{1/2}$ — радиус Дебая. На рис. 1 кривая 1 соединяет точки, в которых $\Gamma_p=1$. В области I находится дебаевская плазма, при расчете равновесных свойств которой применимо идеально-газовое приближение. Именно кривой 1 ограничена область применимости выражений, полученных во всех известных авторам работах [1–4, 6–11].

При $\Gamma_p > 1$ система неидеальна, в первую очередь, благодаря межчастичным взаимодействиям, а также взаимодействиям между электронами и частицами. Эти взаимодействия и будем учитывать. Благодаря тому, что $\gamma_e = \gamma_p / Z^{1/2}$, электронный газ можно считать идеальным и невырожденным, $\gamma_e \ll 1$.

Если $\gamma_p \gg 1$, сильная межчастичная корреляция приводит к установлению ближнего порядка между частицами. В этих условиях применима модель ячеек Вигнера — Зейтца, хорошо зарекомендовавшая себя в томасфермиевской теории плотного вещества [14]. Область применимости ячеечной модели определяется неравенством $\gamma_p^{1/2} \gg 1$. Возможно, что граница, разделяющая неупорядоченную и упорядоченную системы частиц, лежит в окрестности $\gamma_p=4$ (кривая 2 на рис. 1). Это значение γ_p , взятое из [15], соответствует возникновению ближнего порядка в однокомпонентной модели электрон-ионной плазмы. В определенной мере в этих условиях система частиц КДФ и эмиттированных ими электронов подобна однокомпонентной плазме.

В области II (рис. 1) плазма не является ни дебаевской, ни сильно неидеальной. Поэтому аналитическое решение здесь невозможно.

К специфическим свойствам плазмы с КДФ следует отнести возможность сильной неоднородности в распределении электронов в окрестности частиц. На рис. 1 области слабой и сильной неоднородности разделяет кривая 3. Над ней в области сильной неоднородности заряд частицы сильно экранируется, что приводит к его перенормировке (перенормированный заряд $Z^* < Z$)¹. Перенормировка делает систему в этой области квазиод-

¹ Большая часть электронов сосредоточена в тонком слое вблизи поверхности частицы (для них $\gamma_{pe} = Ze^2 / RkT$) и не проявляет себя в широком круге явлений.

нородной. Для критой β выполняется условие (9), $R=(2L)^{1/2}/\kappa_s$, где L — некоторый логарифм, κ_s^{-1} — электронный радиус Дебая, определяемый концентрацией электронов вблизи поверхности частиц. Таким образом, кривая β разделяет области частиц малого и большого радиуса.

Считаем выполненным условие разреженности $(4\pi/3)R^3n_p \ll 1$. Режим, близкий к плотной упаковке частиц, рассмотрен в [5].

2. Система частиц малого радиуса и эмиттированных ими электронов. В условиях, когда $\gamma_p \gg 1$, будем использовать метод ячеек Вигнера — Зейтца. Впервые он применен для описания плазмы с КДФ в [12]. В этой и последующих работах задача решалась только численно.

Разобьем систему на совокупность сферических ячеек, каждая из которых содержит одну частицу и в целом электронейтральна. Тем самым перейдем от многочастичной задачи к одночастичной и сферически симметричной. Радиус ячейки \bar{r} определяется условием $(4\pi/3)n_p\bar{r}^3=1$. Потенциал на границе ячейки будем считать равным нулю. Тогда внутри ячейки распределение концентрации электронов $n_e(r)$ и уравнение Пуассона — Больцмана примут вид

$$n_e(r) = n_{e0} \exp[\Phi(r)], \quad \Delta\Phi = \kappa_0^2 \exp[\Phi(r)], \quad (1)$$

где $\Phi(r) = e\phi(r)/kT$; $\phi(r)$ — потенциал на расстоянии r от центра ячейки; $\kappa_0^2 = 4\pi e^2 n_{e0}/kT$; n_{e0} — концентрация электронов на границе ячейки. Последняя определяется уравнением электронейтральности, которое эквивалентно условию

$$\Phi'(\bar{r}) = 0. \quad (2)$$

При записи (1) пренебрегалось межэлектронной корреляцией, т. е. предполагалось, что $\gamma_e \ll 1$. Как будет показано ниже, распределение $n_e(r)$ внутри ячейки довольно однородно и $Zn_p \approx n_e$. Тогда условие $\gamma_e \ll 1$ выполняется одновременно с неравенством $\gamma_p \gg 1$, если $Z \gg 1$.

Будем считать радиус частиц достаточно малым, чтобы выполнялось условие слабой экранировки частицы

$$\left| \frac{2}{r} \frac{d\Phi}{dr} \right|_{r=R} \gg \kappa_0^2 \exp \Phi_s. \quad (3)$$

Тогда при $r \rightarrow R$ приближенное решение уравнения (1) имеет вид

$$\Phi(r) = A/r + B, \quad (4)$$

где A и B — константы. С другой стороны, при $r \rightarrow \bar{r}$ $\exp \Phi \rightarrow 1$. Поэтому в этой области [12]

$$\Phi(r) = \frac{1}{3} \bar{r}^2 \kappa_0^2 \left[\frac{\bar{r}}{r} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{\bar{r}} \right)^2 \right]. \quad (5)$$

Сравнивая (4) и (5), легко убедиться, что при $R \ll \bar{r}$ (5) справедливо во всей области. Следовательно,

$$\Phi(R) = \Phi_s = \frac{1}{3} \bar{r}^2 \kappa_0^2 \left[\frac{\bar{r}}{R} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{\bar{r}} \right)^2 \right] \approx \frac{\bar{r}^3 \kappa_0^2}{3R}. \quad (6)$$

Из (4) и (6) получаем уравнение относительно κ_0 или n_{e0}

$$\ln(\kappa_s/\kappa_0) = \bar{r}^3 \kappa_0^3 / 6R. \quad (7)$$

Здесь $\kappa_s = (4\pi e^2 n_{es}/kT)^{1/2}$, где n_{es} — концентрация электронов вблизи поверхности частицы. Если частица металлическая, n_{es} дается формулой Ричардсона — Дешмана. Подставляя в (7) κ_s , κ_0 и \bar{r} , получим

$$n_{e0} = (n_p k T R / e^2) \ln(n_{es}/n_{e0}). \quad (8)$$

Таким образом, в режиме слабого экранирования n_{e0} задается по формуле идеально-газового приближения [9] даже в том случае, когда сильны межчастичные корреляции. Концентрация электронов при этом почти везде постоянна, кроме приповерхностных областей, и систему приближенно можно рассматривать как систему положительных зарядов на компенсирующем однородном отрицательном фоне.

Похожая ситуация возникает в томас-фермиевской теории сильно сжатого вещества. Существенно, что там, где она не применима, эта теория также дает разумные результаты. Она обладает хорошими экстраполяционными свойствами даже при переходе к описанию низкотемпературной плазмы, состояние которой определяется набором уравнений Саха. При этом коротковолновые корреляции исчезают и неверно было бы думать, что теория правильно описывает возникающие по мере расширения длинноволновые корреляции. Просто имеется плавный переход в состояние идеальной плазмы. Заметим, что результаты существенно улучшаются при дополнительном введении корреляционных поправок. По-видимому, наибольшую погрешность формула (8) дает в промежуточной области — между кривыми 1 и 2 на рис. 1.

Отметим, что потенциал (5) практически совпадает с кулоновским потенциалом незаэкранированного заряда частицы во всей области, за исключением малой окрестности границы ячейки. Подставляя (5) в (3), запишем условие слабого экранирования в виде

$$(R\kappa_s)^2 \ll 2L, \quad (9)$$

где $L = \ln(n_{es}/n_{e0})$.

Получить критерий применимости ячеечной модели можно тем же методом, с помощью которого получается критерий устойчивости вигнеровского электронного кристалла. Рассматриваемая система отличается от последнего только заменой знаков зарядов и фона на противоположные. Запишем выражение для силы, действующей на частицу, при ее смещении на расстояние Δr от положения равновесия, совпадающего с центром ячейки

$$F(\Delta r) = (4\pi/3)Ze^2n_{e0}\Delta r \simeq (4\pi/3)Z^2e^2n_p\Delta r. \quad (10)$$

Частица совершает колебания в сферической потенциальной яме

$$U(\Delta r) = (2\pi/3)Z^2e^2n_p(\Delta r)^2. \quad (11)$$

Потребовав, чтобы амплитуда таких колебаний с энергией порядка температуры была много меньше радиуса ячейки, получим условие

$$\gamma_p^{1/2} = (Z^2e^2/\bar{r}kT)^{1/2} \gg 1, \quad (12)$$

которое является критерием применимости ячеечного метода.

Из (12) следует важный вывод о том, что ячеечная модель является моделью сильно неидеальной плазмы (левая часть (12) представляет собой квадратный корень из параметра неидеальности γ_p). Условие применимости модели оказывается, однако, более жестким, чем условие сильной неидеальности.

Условия наличия структуры, описываемой ячеечной моделью, в неравновесной плазме с КДФ (например, в турбулентном потоке плазмы) заслуживают специального рассмотрения.

3. Частицы большого радиуса. Перенормировка заряда. В режиме сильного экранирования, когда $R\kappa_s \gg (2L)^{1/2}$, формулы предыдущего раздела неприменимы. Однако эту задачу можно свести к уже рассмотренной, если произвести перенормировку заряда. Такая перенормировка происходит за счет появления тонкого слоя электронов, сильно экранирующего заряд частицы. Перенормированный заряд оказывается много меньшим, чем истинный, и потому находится в режиме слабой экранировки. Для нахождения эффективного заряда проанализируем поведение потенциала $\Phi(r)$ и концентрации электронов $n_e(r)$ вблизи поверхности и на большом удалении от нее. Величины $\Phi(r)$ и $n_e(r)$, принимающие большие значения Φ_s и n_{es} на поверхности, резко спадают с увеличением r . При этом падает локальное значение параметра $[r\kappa(r)]^2$. Такое падение продолжается вплоть до значения $2L_1 = 2 \ln(n_e(r_1)/n_{e0})$. После этого происходит переход в режим слабого экранирования, описанный выше.

Распределение потенциала вокруг частицы большого радиуса показано на рис. 2. Внутри сферы радиуса r_1 находится область сильного экранирования I, вне ее — область слабого экранирования II. Рассмотрим сначала внутреннюю область. Предположим, что $(r_1 - R)/R \ll 1$, т. е. при реше-

нии уравнения (1) можно воспользоваться одномерным приближением. Условие одномерности может быть записано в виде

$$\left| \frac{2}{r} \frac{d\Phi}{dr} \right| \ll \kappa^2(r) \exp[\Phi(r)]. \quad (13)$$

Уравнение (1) в области I может быть переписано в виде

$$d^2\Phi/dr^2 = \kappa^2(r_1) \exp[\Phi(r)], \quad n_e(r) = n(r_1) \exp[\Phi(r)]. \quad (14)$$

При сильной экранировке $\Phi_s \gg \Phi(r_1)$ и $\Phi'(R) \gg \Phi'(r_1)$. Тогда можно записать решение (14) в виде

$$\Phi(r) = \ln[1 + \text{tg}^2((r-r_1)\kappa(r_1)/\sqrt{2})], \quad (15)$$

и

$$\Phi_s = \ln[1 + \text{tg}^2((R-r_1)\kappa(r_1)/\sqrt{2})]. \quad (16)$$

Величину $\kappa(r_1)$ определим, подставляя (16) в (14)

$$\kappa_s^2/\kappa^2(r_1) = 1 + \text{tg}^2((R-r_1)\kappa(r_1)/\sqrt{2}). \quad (17)$$

Вблизи поверхности частицы распределение электронов сильно неоднородно, $n_{e,s} \gg n_e(r_1)$ или $\kappa_s \gg \kappa(r_1)$. Согласно (16), это возможно, когда

$$\kappa(r_1) \simeq \frac{\pi}{\sqrt{2}(r_1-R)}, \quad n_e(r_1) \simeq \frac{\pi kT}{8e^2(r_1-R)^2}. \quad (18)$$

Отметим, что $n_e(r_1)$ не зависит от эмиссионных свойств частицы.

Используя (15), можно показать, что вблизи поверхности $n_e(r) \sim (1 + \kappa_s(r-R)/\sqrt{2})^{-2}$. Толщина экранирующего слоя Δr оказывается равной $R/(L_1)^{1/2}$, где L_1 определен в (20). Данное рассмотрение справедливо при $\Delta r \ll R$, т. е. при $L_1 \gg 1$, что выполняется в достаточно разреженной системе.

Полный заряд, находящийся в области I, назовем эффективным зарядом частицы и обозначим через Z^* . Введение эффективного заряда вместо истинного означает перенормировку последнего. Перенормированный заряд в области II слабо экранируется, следовательно, при $r > r_1$ $\Phi(r) = Z^*e^2/rkT$, а условие электронейтральности ячейки имеет вид $n_{e0} \simeq Z^*n_p$. Учитывая соотношение $r_1^2\kappa^2(r_1) = 2L_1$, получаем

$$Z^* = (r_1 kT/e^2) \ln(n_e(r_1)/n_{e0}) \simeq RkTL_1/e^2, \quad (19)$$

$$n_{e0} \simeq n_p RkTL_1/e^2, \quad L_1 = \ln(n_e(r_1)/n_{e0}) = -\ln(2\pi n_p R^3). \quad (20)$$

Величина n_{e0} не содержит κ_s , поэтому она не зависит от эмиссионных свойств вещества частиц.

На рис. 3 приведена зависимость потенциала Φ_s и эффективного потенциала Φ^* поверхности частицы с радиусом $R = 5 \cdot 10^{-4}$ см при $n_p = 10^4$ и 10^6 см $^{-3}$. Видно, что при $\kappa_s R > (2L_1)^{1/2}$ значение Φ_s^* становится постоянным и не зависящим от работы выхода. Величины Φ_s и Φ_s^* при этом могут сильно отличаться друг от друга, а эффективный заряд может быть существенно меньше истинного, определяемого формулой

$$Z = 4\pi\sqrt{2}R^2 n_{e,s}/\kappa_s. \quad (21)$$

Критерий применимости ячеечной модели в случае сильной экранировки отличается от (12) лишь присутствием вместо истинного заряда эффективного: $\gamma_p^{1/2} = (Z^*e^2/\bar{r}kT)^{1/2} \gg 1$.

Результаты расчета по формулам (8) и (20) хорошо согласуются с результатами численных расчетов [12, 13].

На рис. 4 представлены результаты вычислений концентрации электронов в системе частиц КДФ с различными радиусами. Расчеты проведены в двух приближениях: для идеальной системы и для сильно неидеальной с использованием перенормировки заряда.

Для частиц с радиусом 10^{-3} см применима формула (20), поскольку $R^2\kappa_s^2 \gg 2L_1$, $\gamma_p^{1/2} \gg 1$. Для частиц с радиусом $R = 10^{-5}$ см неприменимы оба приближения. Их использование приводит к одному и тому же результату, что уже обсуждалось в разделе 2. Сравнительно большое различие

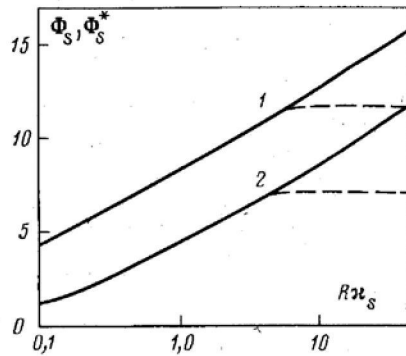


Рис. 3

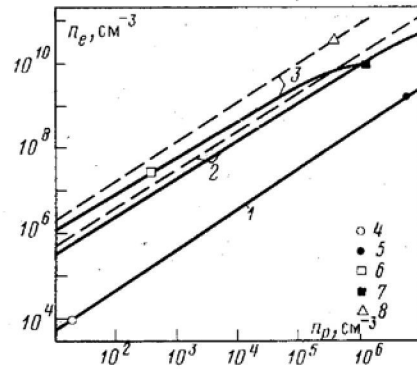


Рис. 4

Рис. 3. Истинный Φ_S (сплошные кривые) и эффективный Φ_S^* (штриховые кривые) потенциалы на поверхности частицы при $T=2500$ К: 1 — $n_p=10^4$ см $^{-3}$, 2 — 10^6

Рис. 4. Концентрация электронов в идеальной (штриховые кривые, (8)) и неидеальной (сплошные кривые, (20)) системах частиц КДФ при $T=2500$ К и $W=2,7$ эВ для частиц радиуса: 1 — $R=10^{-5}$ см; 2 — 10^{-3} ; 3 — $5 \cdot 10^{-3}$. Точки на кривых: 4 — $\Gamma_p=1$; $\gamma_p^{1/2}=0,7$; 5 — 33; 2; 6 — $\gamma_p^{1/2}=150$; 7 — 170; 8 — $\Gamma_p=8 \cdot 10^8$

(до 10 раз) в значениях n_e , полученных по обеим формулам, получается при $R=5 \cdot 10^{-3}$ см.

4. Полидисперсная система частиц. Полученные в разделах 2, 3 результаты обобщим на смесь частиц, имеющих различные размеры и работы выхода. Дебаевская полидисперсная система исследовалась в [10, 16]. Однако выражения, полученные в [10], слишком сложны и не позволяют найти непрерывную функцию распределения зарядов по радиусам частиц.

Пусть распределение частиц по радиусам задается известной функцией

$$f(R), \text{ нормированной так, что } \int_0^{\infty} f(R) dR = n_p, \text{ где } n_p \text{ — суммарное число}$$

частиц в единице объема. Эмиссионные свойства частиц разного радиуса будем считать различными. Предположим, что n_{es} определяется формулой Ричардсона — Дешмана

$$n_{es}(R) = 2(mkT/(2\pi\hbar^2))^{3/2} \exp[-W(R)/kT]. \quad (22)$$

В такой записи работа выхода $W(R)$ является параметром, зависящим от радиуса частицы R и, вообще говоря, не совпадающим с работой выхода из плоской незаряженной поверхности металла. Эта зависимость может, например, учитывать влияние на эмиссионные свойства частицы ее заряда и кривизны поверхности. Не конкретизируя вид $W(R)$, будем считать эту функцию заданной.

Будем искать функцию $Z(R)$, равную заряду частицы с радиусом R , и концентрацию электронов n_{e0} . Для идеальной системы это сделано в Приложении. Здесь рассмотрим условия сильной неидеальности. Для этого обобщим модель ячеек на случай полидисперсной системы. Рассматривая сначала режим слабой экранировки, определим радиус ячейки, в которой находится частица с зарядом $Z(R)$, следующим образом:

$$r_c(R) = (3Z(R)/4\pi n_{e0})^{1/3}, \quad (23)$$

где n_{e0} — концентрация на границе ячейки. В разделе 2 показано, что n_{e0} мало отличается от средней концентрации электронов. Следовательно, величину n_{e0} можно считать постоянной для всех ячеек, а каждую ячейку — электронейтральной. Учитывая нормировку функции $f(R)$, получим

$$\frac{4\pi}{3} \int_0^{\infty} r_c^3(R) f(R) dR = 1. \quad (24)$$

Используя (23), перепишем (24) в виде

$$n_{e0} = n_p \langle Z(R) \rangle, \quad \langle Z(R) \rangle = n_p^{-1} \int_0^{\infty} Z(R) f(R) dR, \quad (25)$$

где $\langle Z(R) \rangle$ — средний заряд. С другой стороны, $Z(r) = (kTR/e^2) \ln(n_{eS}(R)/n_{e0})$. Введем это выражение в (25)

$$n_{e0} = \int_0^{\infty} (kTR/e^2) \ln(n_{eS}(R)/n_{e0}) f(R) dR. \quad (26)$$

Трансцендентное уравнение (26) определяет n_{e0} и функцию $Z(R)$.

Рассмотрим частный случай, для которого работа выхода W одинакова для всех частиц и n_{eS} не зависит от радиуса. Тогда (26) примет вид

$$n_{e0} = (kT \langle R \rangle / e^2) n_p \ln(n_{eS}/n_{e0}), \quad \langle R \rangle = n_p^{-1} \int_0^{\infty} R f(R) dR. \quad \text{С неплохой точ-}$$

ностью $n_{e0} = (kT \langle R \rangle / e^2) n_p \ln \Lambda$, $\Lambda = n_{eS} e^2 / n_p kT \langle R \rangle$. При этом заряд $Z(R) \simeq (kTR/e^2) \ln(\Lambda / \ln \Lambda)$ пропорционален радиусу частицы.

Особого рассмотрения заслуживает полидисперсная система сильно экранированных частиц. Объем ячейки определяется уравнением электронейтральности $Z^*(R) = v_c n_{e0}$, $v_c = (4\pi/3) r_c^3$. Рассуждая так же, как и выше, получим вместо (26)

$$n_{e0} = \int_0^{\infty} (kTR/v_c(R) e^2) \ln(v_c(R)/2\pi R^3) f(R) dR, \quad (27)$$

а вместо (20)

$$n_{e0} = (kTR/v_c(R) e^2) \ln(v_c(R)/2\pi R^3). \quad (28)$$

Приближенное решение (28) может быть записано в виде

$$v_c(R) = (kTR/n_{e0} e^2) \ln(kT/2\pi n_{e0} e^2 R^2). \quad (29)$$

Тогда вместо (26) запишем

$$n_{e0} = \int_0^{\infty} (kTR/e^2) \ln(kT/2\pi n_{e0} e^2 R^2) f(R) dR. \quad (30)$$

Это трансцендентное уравнение определяет n_{e0} .

Если в системе присутствуют слабо и сильно экранированные частицы, то (26), (30) обобщаются следующим образом:

$$\int_0^{R_0} (kTR/e^2) \ln(n_{eS}(R)/n_{e0}) f(R) dR + \int_{R_0}^{\infty} (kTR/e^2) \ln(kT/2\pi n_{e0} e^2 R^2) f(R) dR = n_{e0}, \quad (31)$$

где $R_0 = (2L)^{1/2} \kappa_s^{-1}$ — размер частицы, при котором происходит переход из режима слабого в режим сильного экранирования.

Область применимости формулы (31) ограничена в области малых R условием применимости ячеечной модели (12), а в области больших R — условием разреженности $R \ll r_c$. Эти два условия одновременно должны выполняться для частиц всех радиусов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Дебаевская полидисперсная система. Решим ту же задачу о нахождении функции распределения по зарядам $Z(R)$ при известной функции распределения по размерам $f(R)$, что и в разделе 4, для идеально-газовой (дебаевской) системы.

Сначала найдем распределение заряда частиц $\rho_p(r)$ в поле пробного заряда с потенциалом $\varphi(r)$. Согласно формуле Больцмана, на расстоянии r от этого заряда число частиц с радиусами, заключенными в интервале от R до $R+dR$

$$dn(r, R) = f(R) \exp[-Z(R)e\varphi(r)/kT] dR. \quad (\text{П.1})$$

Плотность заряда частиц может быть записана в виде

$$\rho_p(r) = \int_0^{\infty} Z(R) e dn(r, R) = \int_0^{\infty} Z(R) e f(R) \exp[-Z(R)e\varphi(r)/kT] dR. \quad (\text{П.2})$$

Считая выполненным условие $Z(R)e\varphi(r)/kT \ll 1$, характерное для идеально-газового приближения, перепишем

$$\rho_p(r) = \langle Z \rangle n_p \left(1 - \frac{\langle Z^2 \rangle}{\langle Z \rangle} \frac{e\varphi(r)}{kT} \right), \quad (\text{П.3})$$

где $\langle Z^2 \rangle = n_p^{-1} \int_0^{\infty} Z^2(R) f(R) dR$, а $\langle Z \rangle$ определено в (25).

Распределение потенциала вокруг пробного заряда, помещенного в плазму, описывается уравнением Пуассона

$$\Delta\varphi = -4\pi e [\langle Z \rangle n_p(r) - n_e(r)]. \quad (\text{П.4})$$

Подставляя в (П.4) линеаризованные больцмановские распределения частиц (П.3) и электронов и используя условие квазинейтральности, которое имеет вид $\langle Z \rangle n_p = n_{e\infty}$, $n_{e\infty}$ — концентрация электронов на бесконечности (ср. с (25)), получим уравнение Дебая — Хюккеля $d^2(r\varphi(r))/dr^2 = -r_D^{-2}(r\varphi(r))$. Радиус экранировки

$$r_D = [kT/4\pi n_p e^2 (\langle Z \rangle + \langle Z^2 \rangle)]^{1/2}, \quad (\text{П.5})$$

которое в монодисперсной системе приводится к виду $r_D = [kT/4\pi n_p e^2 Z(Z+1)]^{1/2}$ [10]. Для определения функции $Z(R)$ и средних $\langle Z \rangle$ и $\langle Z^2 \rangle$ подставим формулу Больцмана, в которой потенциал частицы относительно плазмы равен $Z(R)e/R$, в уравнение квазинейтральности. Получим уравнение (26) с $n_{e\infty}$ вместо n_e , выведенное ранее в приближении сильной неидеальности. Таким образом, как и для монодисперсной системы, формулы обоих приближений обладают хорошими экстраполяционными свойствами.

В качестве примера рассмотрим смесь частиц двух сортов: частиц с радиусом R_1 и работой выхода W_1 и частиц с радиусом R_2 и работой выхода W_2 . Тогда

$$f(R) = n_{p1} \delta(R - R_1) + n_{p2} \delta(R - R_2),$$

где n_{p1} и n_{p2} — концентрации частиц. Подставляя выражение для $f(R)$ в (26), получим

$$n_{e\infty} = n_{p1} (kTR_1/e^2) \ln(n_{eS}(R_1)/n_{e\infty}) + n_{p2} (kTR_2/e^2) \ln(n_{eS}(R_2)/n_{e\infty}).$$

Пусть $R_1 = R_2 = R$, $n_{p1} = n_{p2} = n_p/2$. Тогда получим уравнение (8) с концентрацией \bar{n}_{eS} , определяемой средней работой выхода

$$\bar{n}_{eS} = (n_p kTR/e^2) \ln(\bar{n}_{eS}/n_{e\infty}),$$

$$\bar{n}_{eS} = 2(mkT/2\pi\hbar^2)^{3/2} \exp[-(W_1 + W_2)/2kT].$$

Если $W_1 < W_2$, то частицы с меньшей работой выхода могут иметь положительный заряд, а с большей — отрицательный. Таким образом, в системе присутствуют частицы, имеющие средние значения зарядов противоположных знаков.

Институт высоких температур
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
6.VI.1983

Литература

1. Sugden T. M., Thrush B. A. Nature, 1951, v. 168, N 4277, p. 703.
2. Shuler K. E., Weber J. J. Chem. Phys., 1954, v. 22, N 3, p. 491.
3. Соу С. Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971.
4. Sodha M. S., Guha S. Adv. Plasma Phys., 1971, v. 4, p. 219.
5. Жузовицкий Д. И., Храпак А. Г., Якубов И. Т. Химия плазмы. Вып. 11 / Под ред. Смирнова Б. М. М.: Энергоиздат, 1984, с. 130.
6. Einbinder H. J. Chem. Phys., 1975, v. 26, N 4, p. 948.
7. Аршинов А. А., Мусин А. К. ДАН СССР, 1957, т. 111, № 3, с. 461.
8. Аршинов А. А., Мусин А. К. ДАН СССР, 1958, т. 120, № 4, с. 747.
9. Smith F. J. J. Chem. Phys., 1958, v. 28, N 4, p. 746.
10. Зимин Э. П., Михневич З. Г., Попов В. А. Тр. междунар. симп. по производству электроэнергии с помощью МГД-генераторов. Австрия, Зальбург, 4–8 июля 1966. М.: ВИНТИ, 1968.
11. Лукьянов Г. А. ТВТ, 1976, т. 14, № 3, с. 462.
12. Gibson E. G. Phys. Fluids, 1966, v. 9, N 12, p. 2389.
13. Самуйлов Е. В., Воскресенская Н. В., Рабинер Я. П. В сб.: Теплофизические свойства газов. М.: Наука, 1973.
14. Займан Дж. Модели беспорядка. М.: Мир, 1982.
15. Hansen J. P. Phys. Rev. A, 1973, v. 8, N 6, p. 3096.
16. Dennerly F. Int. Symp. on MHD Electrical Power Generation, Paris, 1964, v. 1, p. 195.