

ИОНИЗАЦИОННОЕ РАВНОВЕСИЕ В ПЛАЗМЕ С КОНДЕНСИРОВАННОЙ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗОЙ

Д. И. Жуховицкий, А. Г. Храпак, И. Т. Якубов

1. ВВЕДЕНИЕ

Плазма с конденсированной дисперсной фазой (КДФ) представляет собой низкотемпературную плазму, содержащую дисперсные частицы вещества в жидком или твердом состоянии. Появление в плазме частиц КДФ приводит к целому ряду новых эффектов. Частицы, эмитируя электроны и заряжаясь положительно, могут повысить концентрацию электронов в плазме. В предельном случае частицы, появляясь в неионизованном газе, целиком определяют ее электрофизические свойства. Наоборот, если частицы поглощают электроны из плазмы, они заряжаются отрицательно и уменьшают число свободных электронов. Эти эффекты наблюдались еще в ранних экспериментах Сагдена и Траша [1] и Шулера и Вебера [2], измерявших концентрацию электронов в плазме углеводородных пламен. С того времени интерес к этой области физики низкотемпературной плазмы постоянно поддерживался целым рядом приложений. Среди них — электрофизика продуктов сгорания ракетных топлив, магнитогидродинамический генератор на твердом топливе, технология плазменного напыления и плазменной обработки материалов, физика пылегазовых облаков в атмосфере и искусственных образований в космосе и многие другие, разнообразные по своей направленности.

Частицы КДФ могут вводиться в плазму преднамеренно — современная технология допускает массовое производство частиц размером меньше 1 мкм. Однако субмикронные частицы (капельки) могут возникать в результате объемной конденсации при истечении плазмы из сопел, ее расширении в канале МГД-генератора, расширении сгустков вещества в пустоту, в продуктах абляции твердых поверхностей, подвергающихся воздействию больших потоков энер-

гии; и т. п. Условия генерации и существования плазмы с КДФ, таким образом, весьма разнообразны. Поэтому неудивительно, что с разных позиций и на разном уровне проблемы физики плазмы с КДФ затрагивались в очень большой совокупности работ, которые далеко не систематизированы. Отметим лишь пионерские обзоры Соу [3] и Содхи и Гухи [4], которые к настоящему времени уже не восполняют возникший пробел. В целом объем работы, подлежащей выполнению, потребовал бы написания монографии. В настоящее время интенсивно исследуется плазма с КДФ не только в равновесном, но и в неравновесных состояниях — во внешних полях и газодинамических течениях. Однако даже в вопросе, который является общим для проблемы в целом, — в вопросе об ионизационном равновесии в плазме с КДФ — в литературе отсутствует какая-либо ясность. В то же время этот вопрос, пожалуй, наиболее актуален. Ему посвящено данное исследование.

Ниже систематически рассматриваются состояние уединенной частицы в плазме, ионизационное равновесие в плазме с частицами КДФ и в системе частиц КДФ в неионизованном газе, обсуждаются критерии наличия локального ионизационного равновесия. Большое внимание уделяется выяснению границ применимости различных приближений. Полученные результаты иллюстрируются рядом вычислений. Оказывается, что в плазме с КДФ в стандартных условиях ($T = 2000 \div 3000$ К; $n_e = 10^8 \div 10^{14}$ см $^{-3}$) в зависимости от концентраций, размеров частиц и работ выхода электронов реализуется весь диапазон состояний плазмы — от дебаевской плазмы до сильнонеидеальной системы заряженных частиц. Устанавливается связь вопросов физики плазмы с КДФ с общими проблемами физики неидеальной плазмы. Ставится ряд еще не решенных задач.

2. УЕДИНЕННАЯ ЧАСТИЦА В ПЛАЗМЕ

В этом разделе рассматривается уединенная частица КДФ в плазме. Определяются заряд частицы, ее электростатический потенциал и распределение электронов и ионов в окрестности частицы КДФ. Затем исследуются распределение заряда внутри диэлектрических капель и его влияние на их эмиссионные свойства. Далее обсуждаются эффекты плазменной неидеальности, возникающие в плазме с КДФ.

2.1. Заряд частицы. Экранировка частицы в плазме. Рассмотрим сферическую частицу радиуса R , помещенную в плазму, концентрация электронов и ионов которой вдали от частицы равны друг другу, $n_{e\infty} = n_{i\infty}$ (рис. 1). Зависимость электростатического потенциала от расстояния до центра частицы определяется уравнением Пуассона

$$\Delta\Phi = \frac{4\pi e^2}{kT} [n_e(r) - n_i(r)] \quad (2.1)$$

и равновесными бoльцмановскими распределениями электронов и ионов

$$n_e(r) = n_{e\infty} e^{\Phi(r)}; \quad n_i(r) = n_{e\infty} e^{-\Phi(r)}. \quad (2.2)$$

В этих уравнениях $\Phi(r) = e\varphi/kT$ — безразмерный потенциал, отсчитываемый от значения на бесконечности; $\varphi(\infty) = 0$; T — температура; k — постоянная Больцмана; e — абсолютное значение заряда электрона.

Объединяя (2.1) и (2.2), получаем

$$\Delta\Phi(r) = \kappa_{\infty}^2 \text{sh } \Phi(r) \quad (2.3)$$

где

$$\kappa_{\infty}^2 = 8\pi e^2 n_{e\infty} / kT. \quad (2.4)$$

Величина κ_{∞}^{-1} , равная дебаевской длине экранировки, характеризует толщину ленгмюровского слоя, в котором неоднородное распределение зарядов экранирует поле частицы. Вводя безразмерную координату

$$x = r\kappa_{\infty}, \quad (2.5)$$

уравнение (2.3) записываем в виде

$$\Delta\Phi(x) = \text{sh } \Phi(x). \quad (2.6)$$

Для решения (2.6) с граничным условием

$$\Phi(\infty) = 0 \quad (2.7)$$

необходимо задать еще одно граничное условие. Обычно задают потенциал на поверхности

$$\Phi|_{x_S = R\kappa_{\infty}} = \Phi_S. \quad (2.8)$$

Это удобно тем, что согласно (2.2)

$$\Phi_S = \ln(n_{eS}/n_{e\infty}), \quad (2.9)$$

а концентрация электронов вблизи поверхности капли n_{eS} определяется условием равновесия между электронами плазмы вблизи плоской поверхности вещества и его внутренними электронами. Для достаточно крупной металлической частицы n_{eS} определяется формулой Ричардсона — Дешмана [4, 5]

$$n_{eS} = 2 \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} e^{-W/kT}, \quad (2.10)$$

где W — работа выхода электрона из металла.

Уравнение (2.6) в общем случае может быть решено лишь численно. Аналитическое решение возможно лишь в трех случаях — для слабозаряженных капель, когда $|\Phi_S| \ll 1$, для капель с большим зарядом, но с очень большими ($x_S \gg 1$) или, наоборот, с очень маленькими ($x_S \ll 1$) радиусами. Рассмотрение этих случаев позволяет представить ситуацию в целом.

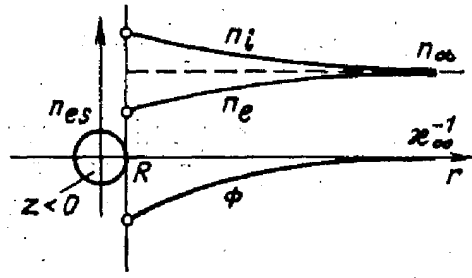


Рис. 1. Распределения частиц плазмы и электростатического потенциала в окрестности отрицательно заряженной частицы. Случай $R\kappa_\infty \ll 1$

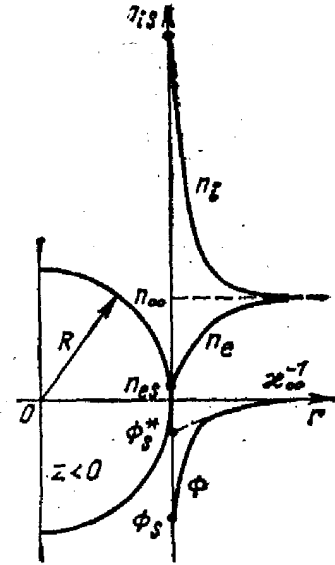


Рис. 2. Распределения частиц плазмы и электростатического потенциала в окрестности отрицательно заряженной частицы $R\kappa_\infty \gg 1$

Рассмотрим сначала распределение потенциала в окрестности слабозаряженной частицы. Уравнение (2.6) сводится к линейному

$$\Delta\Phi(x) \equiv \frac{d^2\Phi}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{d\Phi}{dx} = \Phi. \quad (2.11)$$

Решение (2.11) имеет вид

$$\Phi(x) = \Phi_S x_S \exp(x_S - x)/x. \quad (2.12)$$

На малых расстояниях от частицы потенциал $\Phi(x)$ кулоновский, а на больших он спадает на длине κ_∞^{-1} .

Заряд частицы определяется условием электронейтральности

$$\begin{aligned} Z &= \int_V [n_i(r) - n_e(r)] d^3r = - \frac{2n_{e\infty}}{\kappa_\infty^3} \int_V \Delta\Phi d^3x = \\ &= - \frac{8\pi n_{e\infty} x^2}{\kappa_\infty^3} \frac{d\Phi}{dx} \Big|_{x_S}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Подставляя в (2.13) выражения (2.12) и (2.9), получаем

$$Z = \frac{RkT}{e^2} (1 + \kappa_\infty R) \Phi_S = \frac{RkT}{e^2} (1 + \kappa_\infty R) \ln \frac{n_{eS}}{n_{e\infty}}. \quad (2.14)$$

Связь между потенциалом вне капли и ее зарядом имеет вид

$$\Phi(r) = \frac{Ze^2}{rkT} (1 + R\kappa_\infty)^{-1} \exp[-(r - R)\kappa_\infty]. \quad (2.15)$$

Условием применимости (2.14) и (2.15) служит неравенство

$$|\Phi(R)| = \left| \frac{Ze^2}{RkT} (1 + R\kappa_\infty)^{-1} \right| = \left| \ln \frac{n_{eS}}{n_{e\infty}} \right| \ll 1. \quad (2.16)$$

Следовательно, в этих условиях частица, заряжаясь, слабо возмущает плазму. Плазма при внесении в нее частицы остается почти однородной (см. рис. 1).

Рассмотрим теперь противоположный случай, когда частица приводит к сильной неоднородности плазмы в своей окрестности (рис. 2). Конечно, на очень больших расстояниях от частицы, где ее воздействие ослабевает (где $|\Phi(x)| \ll 1$), по-прежнему

$$\Phi(x) = \frac{C}{x} e^{-x}. \quad (2.17)$$

Однако если радиус частицы очень велик, то вблизи частицы ее поверхность можно рассматривать как плоскую и в (2.6) пренебречь членом, учитывающим кривизну,

$$\left| \frac{2}{x} \frac{d\Phi}{dx} \right| \ll |\operatorname{sh} \Phi|. \quad (2.18)$$

Тогда (2.6) легко интегрируется

$$\Phi(x) = 2 \ln \frac{1 + \operatorname{th} \frac{\Phi_S}{4} e^{-(x-x_S)}}{1 - \operatorname{th} \frac{\Phi_S}{4} e^{-(x-x_S)}}. \quad (2.19)$$

Предположим теперь, что существует такая промежуточная точка x_1 , в которой $|\Phi(x_1)| \ll 1$, и в то же время выполняется условие (2.18). Тогда в этой точке справедливы оба решения (2.17) и (2.19)

$$\Phi(x_1) = 4 \operatorname{th} \frac{\Phi_S}{4} e^{-(x_1-x_S)} = \frac{C}{x_1} e^{-x_1}. \quad (2.20)$$

Выберем x_1 так, чтобы выполнялись неравенства

$$1 \ll (x_1 - x_S) \ll x_S. \quad (2.21)$$

Тогда

$$C = 4x_1 \operatorname{th} \frac{\Phi_S}{4} e^{x_S} = 4x_S \operatorname{th} \frac{\Phi_S}{4} e^{x_S}$$

и величина x_1 выпадает из полученного решения.

Используя найденное решение, нетрудно убедиться, что оно справедливо лишь для частиц большого радиуса при выполнении условия

$$x_S/2 = R\kappa_\infty/2 \gg 1. \quad (2.22)$$

В этом случае частица оказывается сильно заэкранированной плазмой. Толщина экранирующего слоя мала по сравнению с радиусом частицы. В этих условиях зависимость потенциала от расстояния до поверхности частицы при малых $r-R$ совпадает с той, которая

имела бы место вблизи плоской поверхности. На больших расстояниях от частицы потенциал ведет себя следующим образом:

$$\Phi(x) = \frac{4 \operatorname{th} \frac{\Phi_S}{4} x_S}{x} e^{-(x-x_S)} = \frac{\Phi_S^* x_S}{x} e^{-(x-x_S)}; \quad (2.23)$$

$$\Phi_S^* = 4 \operatorname{th} \frac{\Phi_S}{4} \leq 4. \quad (2.24)$$

Сравнивая (2.23) с (2.12), можно видеть, что на больших расстояниях от частицы она воспринимается как точечная частица, несущая заряд

$$Z^* = \frac{kTR}{e^2} \Phi_S^* = \frac{4kTR}{e^2} \operatorname{th} \frac{\Phi_S}{4} \simeq \frac{4kTR}{e^2} \frac{n_{eS}^{1/2} - n_{e\infty}^{1/2}}{n_{eS}^{1/2} + n_{e\infty}^{1/2}}. \quad (2.25)$$

Эту величину можно назвать эффективным зарядом. Истинный заряд согласно (2.13) равен

$$Z = \frac{2kTR^2}{e^2} \kappa_\infty \operatorname{sh} \frac{\Phi_S}{2} = \frac{4R^2}{\kappa_S} (n_{eS} - n_{e\infty}). \quad (2.26)$$

Если потенциал частицы велик, $|\Phi_S| \ll 1$, эффективный заряд Z^* может быть значительно меньшим, чем Z .

Заряд частицы Z экранируется очень тонким слоем плазмы, прилегающим к поверхности частицы. В этом слое, если частица заряжена отрицательно, концентрация ионов $n_i(r) \sim n_{iS} = n_{e\infty} e^{-\Phi_S} \gg \gg n_{e\infty}$ намного превосходит концентрацию электронов $n_e(r) \sim n_{eS} = n_{e\infty} e^{\Phi_S} \ll n_{e\infty}$. Толщина слоя l порядка соответствующей длины Дебая

$$l \simeq (kT/4\pi e^2 n_{iS})^{1/2} = (n_{eS}/n_{e\infty}) \kappa_S. \quad (2.27)$$

Поэтому формулу (2.26) для отрицательно заряженной капли можно получить и таким путем:

$$Z = -(4\pi R^2) n_{iS} l = 4\pi R^2 n_{e\infty} / \kappa_S.$$

Если капля заряжена положительно, то l совпадает с κ_S^{-1} и

$$Z = 4\pi R^2 n_{eS} \kappa_S^{-1}.$$

Приведем численный пример. Рассмотрим металлическую частицу радиусом $R=3$ мкм, внесенную в плазму паров калия при температуре 2500 К и плотности атомов калия $n_a=10^{16}$ см⁻³. Концентрация электронов плазмы $n_{e\infty}=10^{14}$ см⁻³, ричардсоновская концентрация $n_{eS}=5 \cdot 10^{10}$ см⁻³, если работа выхода электронов из металла $W=5$ эВ. В этих условиях дебаевский радиус $\kappa_S^{-1}=2,4 \cdot 10^{-5}$ см, т. е. неравенство (2.22) выполняется. Потенциал частицы заметно ниже плазменного, $\Phi_S=-7,6$. Из (2.25) и (2.26) следует, что $Z=-1,7 \cdot 10^5$; $Z^*=-2 \cdot 10^3$.

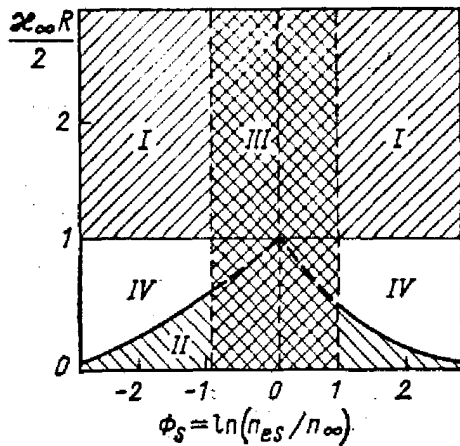


Рис. 3. Области применимости приближений плоского слоя (I), слабой экранировки (II) и линейного приближения (III). В области IV необходимо численное решение задачи

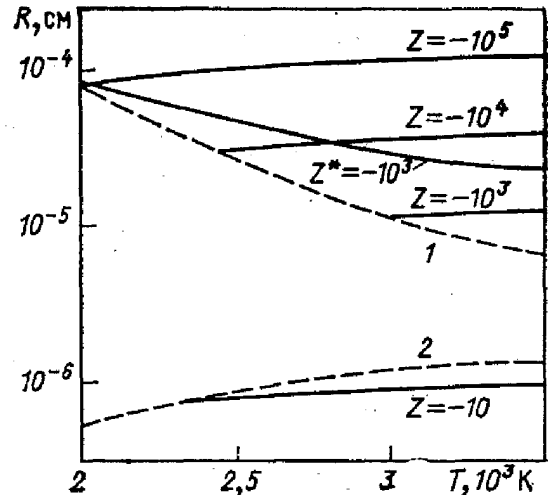


Рис. 4. Линии постоянного заряда изолированной частицы с $W=5$ эВ, помещенной в калневую плазму, $\rho=0,01$ МПа:
 $1 - x_\infty R/2-1$; $2 - x_\infty R(\text{sh} \Phi_S/\Phi_S)^{1/2}/2-1$

Рассмотрим теперь противоположный случай — частицу малого радиуса в условиях, когда она приводит к сильной неоднородности плазмы. Как и прежде, на больших расстояниях используем (2.17). Предположим, что вблизи частицы выполняется условие, обратное (2.18), что естественно для частиц малого радиуса. Решение однородного уравнения, к которому свелось уравнение Пуассона, имеет вид

$$\Phi(x) = A/x + B. \quad (2.28)$$

Предположим теперь, что существует такая точка x_1 , в которой справедливы одновременно решения (2.17) и (2.28). Тогда из условия сшивки следует

$$B = 0; \quad A = C \approx \Phi_S x_S \exp(x_S - x) \quad (2.29)$$

Найденное решение справедливо, если

$$x_S/2 = R x_\infty/2 \ll 1; \quad x_S (\text{sh} \Phi_S/\Phi_S)^{1/2}/2 \ll 1. \quad (2.30)$$

При малых x $\Phi(x)$ имеет вид

$$\Phi(x) \approx \frac{\Phi_S x_S}{x} \exp(x_S - x). \quad (2.31)$$

Частица малого радиуса слабо экранируется плазмой.

На рис. 3 показаны области применимости рассмотренных приближений. В областях I и II частица сильно возмущает плазму в своей окрестности. Область I — область частиц большого радиуса, сильная экранировка которых приводит к резкому падению потенциала в узком приповерхностном слое. Область II — область частиц малого радиуса, слабо экранируемых плазмой, поскольку радиус частицы намного меньше длины Дебая. Наконец, область

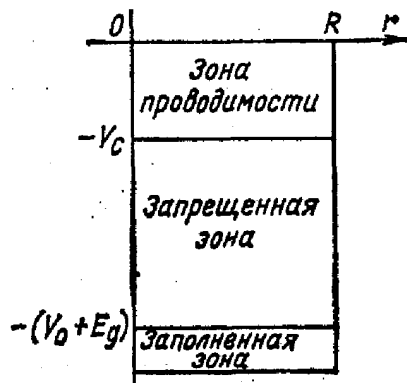


Рис. 5. Схема энергетических зон диэлектрической капли

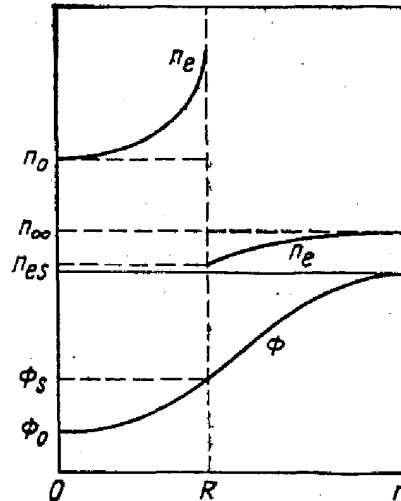


Рис. 6. Качественный вид распределений $n_e(r)$ и $\Phi(r)$ для отрицательно заряженной капли

III — область почти однородной плазмы, так как частица не возмущает плазму. В промежуточной области IV аналитическое решение очень громоздко.

На рис. 4 показаны результаты расчета зарядов частиц в капле в областях применимости рассмотренных приближений, ограниченных кривыми 1 и 2. Приведена также для сопоставления кривая эффективного заряда $Z^* = -10^3$. В области между кривыми 1 и 2 необходим численный расчет или интерполяция.

2.2. Влияние заряда на эмиссионные свойства диэлектрической капли. Эмиссионные свойства капли зависят от числа электронов в зоне проводимости. Традиционная схема энергетических зон диэлектрической капли представлена на рис. 5. Концентрация электронов проводимости определяется выражением $n_c = A \exp(-E_g/2kT)$, где E_g — ширина запрещенной зоны, а вид предэкспоненциального множителя A зависит от модели вещества. В простой жидкости $A \sim (n\lambda_T^{-3})^{1/2}$, в полупроводнике $A \sim \lambda_T^{-3}$, где n — концентрация частиц в капле, $\lambda_T = \hbar(2mkT)^{-1/2}$. Предположим, что электроны в зоне проводимости ведут себя как полностью свободные. Тогда, приравняв поток электронов проводимости через поверхность капли (отражением пренебрегаем) к потоку электронов плазмы на каплю, получаем равновесную концентрацию электронов в плазме вблизи поверхности капли

$$n_s = n_c \exp(-V_0/kT), \quad (2.32)$$

где V_0 — ширина зоны проводимости. Работа выхода электрона W , очевидно, близка к $V_0 + E_g/2$.

Наличие заряда на капле может существенно видоизменить выражение для n_s . Рассмотрим отрицательно заряженную каплю. Тогда вместо (2.32) можем записать

$$n_s = \left[n_c + \frac{Z}{(4\pi/3)R^3} \right] \exp(-V_0/kT), \quad (2.33)$$

где Z — число электронов, захваченных каплей из плазмы. Поскольку $E_g/kT \gg 1$, то для субмикронных капель может выполняться неравенство

$$Z \gg (4\pi/3) R^3 n_e. \quad (2.34)$$

Следовательно, собственными электронами проводимости вообще можно пренебречь. Рассмотрим этот случай подробнее.

Формула (2.33) записана в предположении однородности распределения электронов внутри капли. На самом деле, если

$$Ze^2/2RkT \gg 1, \quad (2.35)$$

межэлектронное отталкивание прижимает электроны к поверхности капли. Неоднородность распределения электронов в капле $n_e(r)$ должна влиять на ее эмиссионные свойства.

На рис. 6 представлен качественный вид зависимостей $n_e(r)$ и $\Phi(r)$ внутри и вне капли радиусом R . Получим эти распределения в приближении самосогласованного поля. При этом

$$\begin{aligned} n_e(r) &= n_{e\infty} \exp[\Phi(r)], \quad r > R; \quad n_e(r) = \\ &= n_{e\infty} \exp[V_0/kT] \exp[\Phi(r)], \quad r \leq R. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Внутри капли запишем уравнение Пуассона

$$\Delta\Phi(r) = \frac{4\pi e^2 n_{e\infty}}{kT} \exp[V_0/kT] \exp[\Phi(r)] = \frac{\kappa_V^2}{2} \exp[\Phi(r)]. \quad (2.37)$$

Если ввести переменную $x = \kappa_V r$, то (2.37) приобретает вид

$$\Delta\Phi(x) = (1/2) \exp[\Phi(x)]. \quad (2.38)$$

Граничные условия очевидны:

$$\Phi'(0) = 0; \quad \Phi'(R-0) = -Ze^2/RkT\epsilon, \quad (2.39)$$

где ϵ — диэлектрическая проницаемость вещества капли.

Электростатическая задача вне капли решалась в предыдущем разделе. Субмикронные капли экранируются слабо. Поэтому $\Phi(R) = Ze^2/RkT$. Будем считать, что $\Phi(R) \gg 1$.

Предположим, что изнутри поверхность субмикронной капли можно рассматривать как плоскую. Это справедливо, если $|2x^{-1}d\Phi/dx| \ll (1/2) \exp[\Phi]$. На поверхности это неравенство можно переписать:

$$Z \ll (4\pi/3) n_e(R) R^3. \quad (2.40)$$

Это означает прижатие электронов к поверхности. Если это так, то уравнение (2.38) легко интегрируется. Это решение следует считать в некоторой точке x_1 , такой, что $1 \ll x_1 \ll \kappa_V R$, с решением, справедливым в окрестности центра капли. Однако аналогично тому, как было показано в разд. 2.1, величина x_1 выпадает из реше-

ния, если $\kappa_V R \gg 1$. Поэтому окончательно область применимости полученных результатов будет определяться неравенством

$$(\kappa_V R)^2 \gg 1.$$

В этом случае

$$\Phi(x) = \Phi_0 + \ln \left\{ 1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} \exp \left[\frac{\Phi_0}{2} \right] \right\}; \quad \Phi_0 = \ln 2 \left(\frac{\kappa_V R}{\pi} \right)^2. \quad (2.41)$$

Воспользовавшись соотношением $n_{\infty}/n_S = e^{\Phi(R)}$, находим

$$n_S = \frac{Z}{8\pi\epsilon R^3} \left(\frac{Ze^2}{\epsilon R kT} \right) \exp(-V_0/kT). \quad (2.42)$$

Эта формула аналогична формуле Ричардсона — Дешмана (2.10), но отличается от нее как предэкспоненциальным множителем, так и определением работы выхода. В отличие от формулы (2.32) здесь роль работы выхода играет ширина зоны проводимости V_0 . Это существенно влияет на n_S и Z .

Если капля заряжена положительно, то в тех случаях, когда можно допустить тот или иной механизм подвижности дырок, предыдущие выводы о перераспределении заряда в капле будут справедливы. Работа выхода при этом, как обычно, близка к $V_0 + E_g/2$.

Для демонстрации эффекта влияния заряда на эмиссионные свойства капли нами была принята модель идеального диэлектрика. На самом деле при высоких температурах свойства диэлектрических веществ сильно меняются. Например, расплавы тугоплавких окислов можно в значительной степени считать ионными диэлектриками. В настоящее время еще не разработана модель веществ в таком состоянии. Отсутствуют и экспериментальные исследования их эмиссионных свойств. Нехватка этих данных остро ощущается при рассмотрении явлений в плазме продуктов сгорания.

2.3. Влияние неидеальности на заряд капли. В окрестности заряженной частицы возникает повышенная концентрация ионов плазмы, если $Z < 0$, или электронов, если $Z > 0$. При больших потенциалах частицы межчастичные взаимодействия в ее окрестности могут стать существенными. При этом кулоновское взаимодействие между частицами, заряжающими каплю, также может проявить себя, если заряд капли велик. Целью данного раздела является выяснение того, когда важны эти вопросы, а также постановка возникающих задач.

Рассмотрим сначала состояние электронов, заряжающих каплю. Если энергия межэлектронного отталкивания $E_e = Z^2 e^2 / 2R\epsilon$ значительно превосходит тепловую энергию

$$E_e / |Z| kT = |Z| e^2 / R\epsilon kT \gg 1, \quad (2.43)$$

электроны прижимаются к поверхности капли (см. разд. 2.2). Если $R = 0,01$ мкм, $Z = -20$, $\epsilon = 1,5$, параметр (2.43) близок к 10. Толщину приповерхностного слоя, где находятся электроны ΔR , оценим с помощью соотношения $\mathcal{E} \Delta R = kT$, где \mathcal{E} — напряженность прижимающего поля. Это дает

$$\Delta R / R = \epsilon kT R / |Z| e^2. \quad (2.44)$$

В обсуждаемом примере $\Delta R / R \approx 0,1$.

В приповерхностном слое электрон совершает колебания в радиальном направлении. Найдем условия, при которых эти колебания проквантованы. Тогда амплитуда колебаний ΔR может быть найдена из равенства энергии нулевых колебаний $\hbar\omega_0 = \pi^2\hbar^2/2m(\Delta R)^2$ потенциалу прижимающего поля $\mathcal{E}\Delta R$. Отсюда

$$\left. \begin{aligned} \Delta R/R &= (\pi^2 a_0 \mathcal{E} / 2R |Z|)^{1/2}; \\ \hbar\omega_0/kT &= (|Z| e^2 / RkT) (\Delta R/R). \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

В рассматриваемом примере $\hbar\omega_0/kT \simeq 1$, т. е. квантованность радиальных колебаний уже сказывается.

Введем поверхностную плотность электронов $n_s = Z/4\pi R^2$. Поскольку $\lambda_T^2 n_s \ll 1$, где $\lambda_T = \hbar(2mkT)^{-1/2}$, этот двумерный электронный газ является классическим. Однако n_s велико, и его состояние может быть далеко от состояния идеального газа. Оценим корреляционный эффект.

Поскольку $R/r_D \gg 1$, для вычисления энергии корреляции E_{cor} воспользуемся дебаевским приближением на плоскости. Энергия корреляции в дебаевском приближении имеет обычный вид [6]

$$E_{\text{cor}} = S \cdot \frac{1}{2} n_s e^2 / \epsilon r_D, \quad (2.46)$$

где $r_D = (\epsilon kT / 4\pi e^2 n_s)^{1/2}$ — радиус Дебая двумерной системы электронов; $S = 4\pi R^2$. Отношение E_{cor} к кинетической энергии $K = S n_s kT$ имеет вид

$$\Gamma = E_{\text{cor}}/K = Z (e^2 / \epsilon R kT)^2 / 2. \quad (2.47)$$

Для рассматриваемой нами субмикронной капли параметр неидеальности Γ близок к 5. В таких условиях система электронов, заряжающая каплю, представляет собой сильнонеидеальную плазму, реализованную в довольно неожиданной ситуации. Обзор физики неидеальной плазмы можно найти в [7, 8]. При $\Gamma = 5$ система еще очень далека от кристаллизации, но корреляционная энергия составляет заметную часть полной энергии.

Полная энергия системы электронов, заряжающих уединенную каплю в вакууме, состоит из энергии взаимодействия с веществом капли ZW , кинетической энергии, энергии межэлектронного взаимодействия и «вайцекеровской» поправки на неоднородность

$$E = ZW + ZT + E_e + E_w. \quad (2.48)$$

Работа по удалению электрона из капли на бесконечность

$$A(Z) = E(Z) - E(Z-1). \quad (2.49)$$

В приближении самосогласованного поля (в рамках уравнения Пуассона — Больцмана) (2.49) сводится к $E = ZW + E_e$, что дает $A(Z) = W + Ze^2/RkT$. В плазме потенциал капли $\phi(R) = Ze/RkT$ экранируется, в результате чего и формируется ее заряд Z . Из (2.48) и (2.47) следует, что E_{cor} соизмеримо с E_e . Следовательно, неидеальность электронов может заметно изменить потенциал капли и повлиять на ее заряд. Задача о сильнозаряженной капле, по-видимому, должна решаться методом функционала плотности, хорошо зарекомендовавшим себя в целом ряде проблем физики сильнодействующих систем (например, [9, 10]).

Рассмотрим теперь неидеальность плазмы в окрестности капли. Особенно

Большие градиенты плотности заряженных частиц возникают в окрестности больших — микронных капель. Если потенциал капли $|\varphi| = |Z|e^2/R$ в 10 раз превышает температуру, то при средней концентрации, равной 10^{14} см $^{-3}$, концентрация ионов вблизи поверхности отрицательно заряженной капли достигает $n_i(R) = n_{i\infty} \exp[-\varphi/kT] \simeq 2 \cdot 10^{18}$ см $^{-3}$. При этом параметр межйонного взаимодействия $\Gamma = e^2/r_D kT$, где $r_D = (kT/4\pi e^2 n_i(R))^{1/2}$, превышает единицу. Коррелируя, ионы отталкиваются друг от друга, что не учитывается уравнением Пуассона — Больцмана (2.6) и что может привести к уменьшению $|\varphi(R)|$ и заряда капли.

Возникающая задача аналогична той, которая решалась в теории атома Томаса — Ферми (например, [11]). Самосогласованное приближение завышало межэлектронное отталкивание, приводя к неправильному спаданию $n_e(r)$ на больших расстояниях от ядра. Учет обмена устранил эту трудность. В рассматриваемой задаче на первый план выходит корреляция, а распределение $n_i(r)$ следует находить, минимизируя свободную энергию F , записанную с ее учетом.

Удобнее минимизировать величину ΔF — изменение свободной энергии ионной подсистемы, попавшей в поле капли (например, [12]):

$$\Delta F = \int dr e\varphi(r) [n_i(r) - n_{i\infty}] + kT \int dr \left[n_i(r) \ln \frac{n_i(r)}{n_{i\infty}} - n_i(r) + n_{i\infty} \right]. \quad (2.50)$$

Если $\varphi(r)$ — самосогласованный потенциал, то варьирование (2.50), $\delta\Delta F/\delta n_i(r) = 0$ дает обычное распределение Больцмана $n_i(r) = n_{i\infty} \exp[-e\varphi/kT]$. Предполагая справедливость дебаевского приближения, запишем корреляционную энергию

$$E_{\text{cor}} = \frac{e^2}{2} \int dr n_i(r)/r_D(r) \equiv \kappa_c \int n_i^{3/2}(r) dr. \quad (2.51)$$

Добавляя в ΔF энергию E_{cor} и варьируя ΔF , получаем

$$n_i(r) = n_{i\infty} \exp \left[-\frac{e\varphi}{kT} - \frac{3}{2} \frac{\kappa_c n_i^{1/2}(r)}{kT} \right]. \quad (2.52)$$

Формулу (2.52) следует подставить в (2.1) с тем, чтобы, решив его, найти распределение потенциала с учетом корреляции. Из (2.52) следует, что учет корреляции ограничивает рост n_i вблизи капли, о чем уже говорилось выше.

При больших плотностях еще более сильным эффектом может стать короткодействующее отталкивание ионных сердцевин подобно тому, как оно становится существенным в растворах сильных электролитов (например, [13, 14]). Из (2.52) следует, что вблизи поверхности большой частицы на расстоянии $\Delta r = r_D \exp[-e\varphi(R)/kT]$ решение уравнения Пуассона — Больцмана $n_i(r)$ изменяется в несколько раз. Очевидно, что следует потребовать

$$\Delta r = r_D \exp[-e\varphi(R)/kT] \gg R^+, \quad (2.53)$$

где R^+ — радиус иона; для иона калия $R^+ \simeq 3a_0$. Если неравенство (2.53) не выполняется, в теорию следует ввести расстояние максимального сближения ионов $2R^+$. В рассматриваемых нами обычных условиях ($n_{i\infty} = 10^{14}$ см $^{-3}$; $T = 2500$ К) неравенство (2.53) в окрестности капли $R \simeq 1$ мкм нарушается.

Для учета конечных размеров ионов следует видоизменить (2.50), введя в него параметр плотной упаковки $b = 16\pi(R^+)^3/3$. Тогда [12]

$$\Delta F = -e \int dr \varphi(r) [n_i(r) - n_{i\infty}] + kT \int dr \left[n_i(r) \ln \frac{n_i(r)}{n_{i\infty}} + \frac{1 - n_i(r)b}{b} \ln \frac{1 - n_i(r)b}{1 - n_{i\infty}b} \right]. \quad (2.54)$$

Дальнейший путь аналогичен изложенному выше. По-видимому, объединяя (2.51) и (2.54), можно построить модель двойного слоя в окрестности капли, о котором говорилось в разд. 2.1.

3. ИОНИЗАЦИОННОЕ РАВНОВЕСИЕ В ПЛАЗМЕ С КДФ

Электронную концентрацию n_e в плазме, состоящей из ионизованного газа и КДФ, определяют два процесса. Первый заключается в ионизации молекул газа и рекомбинации, второй связан с термоэмиссией и налипанием электронов на поверхность частиц. Присутствие КДФ может привести либо к увеличению n_e , если частицы приобретают положительный заряд, либо к уменьшению, если заряд отрицателен. Очевидно, что если концентрация частиц достаточно мала, n_e определяется только процессами ионизации — рекомбинации в газе. В другом предельном случае, когда плазма состоит из частиц и эмитированных ими электронов, n_e определяется только эмиссионными свойствами частиц.

Условия, реализующиеся в плазме с КДФ, весьма разнообразны. Поэтому исследование ионизационного равновесия может быть существенно различным в зависимости от соотношений между основными характерными размерами в плазме. К ним относятся радиус частицы R , среднее расстояние между частицами $n_p^{-1/3}$ и радиус дебаевской экранировки r_D . В данном параграфе будет рассмотрена система частиц обычной плотности, когда $R \ll n_p^{-1/3}$, так что непосредственные контакты между частицами исключаются. Однако в зависимости от соотношения между r_D и $n_p^{-1/3}$ имеются два существенно различных случая: $r_D \gg n_p^{-1/3}$ — дебаевская плазма КДФ и $r_D \ll n_p^{-1/3}$ — плазма с уединенными частицами. В данном разделе рассмотрено ионизационное равновесие в этих предельных случаях.

3.1. Дебаевская плазма с КДФ. Рассмотрим плазму с КДФ, в которой радиус частицы R , радиус экранирования r_D и среднее расстояние между частицами связаны следующими неравенствами:

$$R \ll n_p^{-1/3} \ll r_D. \quad (3.1)$$

Это означает, что частицы КДФ можно считать точечными — подобными многократно заряженным тяжелым ионам. Кроме того, число частиц в сфере Дебая велико, и они сами участвуют в экранировке, $r_D = (kT/4\pi e^2(n_e + n_i + Z^2 n_p))^{1/2}$. Поэтому плазму с КДФ можно рассматривать как смесь идеальных газов, находящихся в химическом равновесии.

Впервые ионизационное равновесие в системе частиц КДФ рассматривалось, по-видимому, Сагденом и Трашем [1]. Они полага-

ли, что частицы могут иметь один и тот же положительный заряд. Впоследствии Эйнбиндер [15] рассмотрел статистическое равновесие в системе частиц КДФ и эмитированных ими электронов и получил распределение частиц по зарядам. Аршинов и Мусин [16—18] и Смит [19, 20], используя подход Эйнбиндера, учли возможность приобретения частицами, находящимися в газе, как положительных, так и отрицательных зарядов. Обсудим поэтому сначала вопрос о распределении частиц по зарядам.

Рассмотрим ионизационное равновесие

$$P_{Z-1} \rightleftharpoons P_Z + e. \quad (3.2)$$

Здесь P_Z — частица, несущая заряд Z . Частицы считаются монодисперсными, газ свободных электронов идеальным. При этом уравнение ионизационного равновесия (3.2) имеет вид

$$\frac{n_Z n_e}{n_{Z-1}} = 2 \frac{\Sigma_Z}{\Sigma_{Z-1}} \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\Phi_Z/kT}. \quad (3.3)$$

Уравнение (3.3) аналогично уравнению Саха для равновесия между ионами с зарядами Z и $Z-1$; n_Z и n_{Z-1} — концентрации частиц с зарядами Z и $Z-1$; Σ_Z/Σ_{Z-1} — отношение их внутренних статистических сумм. Величина Φ_Z равна работе по перенесению электрона, находящегося внутри частицы, имеющей заряд Z , на бесконечность. Она включает в себя работу выхода, работу по преодолению электростатического барьера и поправку к работе выхода, учитывающую конечный радиус частицы. Тогда [4]

$$\Phi_Z = W + \left(Z - \frac{1}{2} \right) \frac{e^2}{R}, \quad (3.4)$$

где W — работа выхода электрона из незаряженной поверхности. Вводя согласно формуле Ричардсона — Дешмана (2.10) величину n_{eS} , равную равновесной концентрации электронного газа вблизи плоской поверхности, перепишем уравнение (3.3)

$$n_Z = n_{Z-1} (n_{eS}/n_{e\infty}) \exp[-(\Phi_Z - W)/kT]. \quad (3.5)$$

В (3.5) отношение Σ_Z/Σ_{Z-1} было принято равным единице. По-видимому, это оправдано для макроскопической металлической частицы, число электронов которой так велико, что добавление еще одного электрона не меняет заметно ее электронную статистическую сумму. Многократно используя (3.5), получаем

$$\begin{aligned} n_Z &= n_0 \left(\frac{n_{eS}}{n_{e\infty}} \right)^Z \prod_{j=1}^Z \exp\left(-\frac{\Phi_j - W}{kT}\right) = n_0 \left(\frac{n_{eS}}{n_{e\infty}} \right)^Z e^{-\frac{e^2}{2RkT}} \times \\ &\times e^{-\frac{e^2}{RkT}(1+2+\dots+Z)} = n_0 \left(\frac{n_{eS}}{n_{e\infty}} \right)^Z e^{-\frac{\alpha Z^2}{2}}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

где n_0 — концентрация частиц, оставшихся незаряженными. Вводя величины

$$Z_0 = \frac{RkT}{e^2} \ln \frac{n_e S}{n_{e\infty}}; \quad \alpha = \frac{e^2}{RkT}, \quad (3.7)$$

перепишем (3.6) в виде

$$n_Z = n_0 e^{\frac{\alpha}{2} Z_0^2} e^{-\frac{\alpha}{2} (Z-Z_0)^2}. \quad (3.8)$$

Формула (3.8) дает распределение частиц по зарядам. Это распределение имеет вид гауссовой экспоненты с центром в точке $Z=Z_0$ и характерной полушириной $\Delta Z = \left(\frac{2RkT}{e^2}\right)^{1/2}$. Из формулы (3.8) следует, что в состоянии равновесия в плазме всегда присутствуют как положительно, так и отрицательно заряженные частицы. Поскольку выше было сделано предположение о том, что все частицы одинаковые, распределение (3.8) можно интерпретировать как вероятность обнаружить данную частицу с зарядом Z , а величина ΔZ характеризует равновесные флуктуации заряда. Средний заряд оказывается равным [20]

$$\bar{Z} = \left(\sum_{-\infty}^{+\infty} Z n_Z\right) / \left(\sum_{-\infty}^{+\infty} n_Z\right) = Z_0 - f(\alpha, Z_0), \quad (3.9)$$

где

$$f(\alpha, Z_0) = \frac{4\pi}{\alpha} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} k \exp(-2\pi^2 k^2 / \alpha) \sin(2\pi k Z_0)}{1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \exp(-2\pi^2 k^2 / \alpha) \cos(2\pi k Z_0)}.$$

В большинстве случаев, представляющих практический интерес (не слишком большие частицы и не слишком высокие температуры), ширина распределения (3.8) оказывается малой, и тогда, как показано в [15—17], можно пренебречь отличием \bar{Z} от Z_0 .

Переходим к вопросу об определении концентрации электронов в дебаевской плазме с КДФ. В предельном случае — это система КДФ с эмитированными ими электронами (Деннери [21], Зимин [22]). Система уравнений ионизационного равновесия состоит из уравнения Саха для ионизации газа, уравнения квазинейтральности и формулы для заряда частицы Z (3.7) (мы пренебрегаем дисперсией частиц по зарядам, считая, что $\Delta Z \ll Z$).

Уравнение Саха и уравнение квазинейтральности запишем в виде

$$\frac{n_{e\infty} n_{i\infty}}{n_a} = 2 \frac{\Sigma_i}{\Sigma_a} \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} e^{-I/kT} = k_S(T); \quad (3.10)$$

$$n_{e\infty} = n_{i\infty} + Z n_p. \quad (3.11)$$

Здесь n_a — концентрация атомов; Σ_i/Σ_a — отношение внутренних статистических сумм иона и атома; I — потенциал ионизации атома. Если $n_e \gg Zn_p$, то частицы, попав в плазму, не изменяют концентрацию электронов в ней. Тогда, если для простоты положить $\Sigma_i/\Sigma_a = 1$,

$$n_{e\infty} = n_e^0 = (2n_a)^{1/2} (mkT/2\pi\hbar^2)^{3/4} \exp(-I/2kT). \quad (3.12)$$

Подставляя в (3.7) выражения для n_{eS} и $n_{e\infty}$ и считая, что $(W - I/2)/kT \gg 1$, приближенно запишем

$$Z = -\frac{RkT}{e^2} \left\{ \frac{W - I/2}{kT} + \ln \left[\left(\frac{n_a}{2} \right)^{1/2} \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2} \right)^{-3/4} \right] \right\} \approx \frac{R}{e^2} \left(W - \frac{I}{2} \right). \quad (3.13)$$

Отсюда следует, во-первых, что Z очень слабо зависит от температуры. Во-вторых, знак заряда определяется знаком разности $W - I/2$. Так, капля цезия в своем паре заряжается положительно, а капля алюминия в парах щелочных металлов заряжается отрицательно.

Если $W = 5$ эВ, $I = 4$ эВ, то заряд капли радиусом 10^2 мкм равен $Z \approx -17$, распределение капель по зарядам достаточно узкое, $\Delta Z < 2$. При этом, если $T = 2,5 \cdot 10^3$ К, $n_e^0 = 10^{14}$ см $^{-3}$, то $r_D = 2,5 \times 10^{-5}$ см и в силу (3.1) концентрация частиц должна быть весьма велика, $n_p \gg 10^{13}$ см $^{-3}$. Но при этом нарушается условие $n_{e\infty} \gg Zn_p$. Следовательно, необходимо вычислять n_e , решая трансцендентное уравнение

$$n_{e\infty} = \frac{RkT}{e^2} n_p \ln \frac{n_{eS}}{n_{e\infty}} + \frac{(n_e^0)^2}{n_{e\infty} + k_S(T)}. \quad (3.14)$$

Поскольку в рассматриваемом случае $Z < 0$, то $n_{e\infty} < n_e^0$.

Если же частицы имеют радиус $R = 1$ мкм, то при $n_{e\infty} = 10^{11}$ см $^{-3}$ имеем $r_D = 10^{-3}$ см, и условие на концентрацию капель имеет вид $n_p \gg 10^8$ см $^{-3}$. Поскольку $Z = -1700$, то и в этом случае наличие частиц уменьшает концентрацию электронов. Таким образом, рассматриваемое приближение (3.13) справедливо при больших концентрациях частиц, появление которых может заметно изменить концентрацию электронов.

В дебаевской плазме энергия корреляции должна быть мала по сравнению с тепловой энергией

$$e^2 \sum_k n_k Z_k^2 / kT r_D \sum_k n_k \ll 1, \quad (3.15)$$

где суммирование проводится по всем заряженным частицам. Поэтому дебаевская корреляционная поправка в приведенных выражениях не учитывалась. Если радиус частиц велик, то неравенство $R \ll n_p^{-1/3}$ может не выполняться. Это означает, что становятся существенными недебаевские корреляции между частицами. Аналогичная ситуация возникает в концентрированных растворах элект-

грозитов, где роль R играет радиус ионов. В теории электролитов были исследованы поправки на радиус ионов (например, [14]).

3.2. Дебаевская система монодисперсных частиц и эмитированных ими электронов. Дебаевская полидисперсная система. По-прежнему считая выполненными основные неравенства (3.1) и (3.15), рассмотрим важный предельный случай — плазму, состоящую из частиц и эмитированных ими электронов. Такая плазма возникает, например, при инжектировании частиц в горячий трудноионизирующийся инертный газ, атомы (молекулы) которого не образуют отрицательных ионов. Сначала рассмотрим систему монодисперсных частиц. Уравнение кваинейтральности запишется в виде

$$Zn_p = n_{e\infty}, \quad (3.16)$$

где Z — средний заряд частицы. Очевидно, что $Z > 0$.

Заранее можно утверждать, что максимально достижимая концентрация электронов не может превысить равновесной концентрации электронов над плоской поверхностью n_{eS} . В самом деле, если радиус R конечен, то приобретение частицей положительного заряда лишь увеличивает работу Φ_Z (3.4), уменьшая тем самым $n_{e\infty}$ по сравнению с n_{eS} . Выражая с помощью (3.7) $n_{e\infty}$ через Z и подставляя в (3.16), получаем трансцендентное уравнение

$$Zn_p = n_{eS} e^{-Ze^2/RkT}, \quad (3.17)$$

определяющее Z как функцию n_p и работы выхода W , задающей величину n_{eS} . Отсюда следует, что максимальные n_{eS} достигаются, если потенциал частицы относительно плазмы мал. При $Ze^2/RkT \ll 1$

$$n_{e\infty} = n_{eS} (1 - n_{eS} e^2 / n_p R k T). \quad (3.18)$$

В первом приближении $n_{e\infty} = n_{eS}$ и не зависит ни от радиуса частиц, ни от их концентрации. Этот результат впервые был получен Аршиновым и Мусиным [16—18]. Радиус Дебая в такой плазме дается выражением

$$r_D = (kT/4\pi e^2 n_p Z(Z+1))^{1/2}. \quad (3.19)$$

Полученные результаты нетрудно обобщить на смесь нескольких сортов частиц, имеющих различные размеры и работы выхода. В работе [21] это сделано для смеси двух сортов, а в [22] — для смеси g сортов частиц. Однако выражения, полученные в [22], слишком сложны для практического использования и, что более важно, не дают возможности найти непрерывную функцию распределения зарядов по радиусам частиц.

Далее будет решаться следующая задача. Пусть распределение частиц по радиусам задается известной функцией $f(R)$, нормированной так, что $\int_0^\infty f(R) dR = n_p$. Работу выхода будем считать известной функцией радиусом $W(R)$. Эта зависимость может, напри-

мер, учитывать изменение W , связанное с образованием на поверхности частиц слоев с малой работой выхода. Будем пренебрегать равновесными флуктуациями заряда. Тогда, очевидно, должна существовать функция $Z(R)$, зависящая от радиуса частиц, равная среднему заряду частицы с радиусом R .

Найдем вначале распределение заряда частиц $\rho_p(r)$ в поле пробного заряда $\varphi(r)$. На бесконечности, где по определению $\varphi(\infty) = 0$, в единице объема находится $f(R) dR$ частиц с радиусами, заключенными в интервале от R до $R + dR$. Согласно формуле Больцмана на расстоянии r от заряда число таких капель $dn(r, R)$ равно

$$dn(r, R) = f(R) \exp[-Z(R) e\varphi(r)/kT] dR. \quad (3.20)$$

Плотность заряда частиц может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \rho_p(r) &= \int_0^{\infty} Z(R) e dn(r, R) = \\ &= \int_0^{\infty} Z(R) e f(R) \exp[-Z(R) e\varphi(r)/kT] dR. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Считая выполненным условие $Z(R) e\varphi(r)/kT \ll 1$, перепишем $\rho_p(r)$ в виде

$$\rho_p(r) = \langle Z \rangle e n_p \left(1 - \frac{\langle Z^2 \rangle}{\langle Z \rangle} \frac{e\varphi(r)}{kT} \right), \quad (3.22)$$

где

$$\langle Z \rangle = n_p^{-1} \int_0^{\infty} Z(R) f(R) dR \quad \text{и} \quad \langle Z^2 \rangle = n_p^{-1} \int_0^{\infty} Z^2(R) f(R) dR$$

— средний заряд и средний квадрат заряда соответственно.

Распределение потенциала вокруг пробного заряда, помещенного в плазму, описывается уравнением Пуассона

$$\Delta\varphi = -4\pi[\rho_p(r) - en_e(r)]. \quad (3.23)$$

Подставляя в (3.23) линеаризованные больцмановские распределения частиц (3.22) и электронов и используя условие квазинейтральности в виде $\langle Z \rangle n_p = n_{e\infty}$, получаем уравнение Дебая — Хюккеля. Радиус экранировки r_D определяется соотношением

$$r_D = (kT/4\pi e^2 n_p (\langle Z \rangle + \langle Z^2 \rangle))^{1/2}. \quad (3.24)$$

В выражение (3.24) входят неизвестные пока величины $\langle Z \rangle$ и $\langle Z^2 \rangle$. Для их определения найдем функцию распределения $Z(R)$. Полагая потенциал частицы относительно плазмы равным $Z(R)e/R$, запишем формулу Больцмана, связывающую концентрации электронов вблизи поверхности частицы, $n_{eS}(R) = 2 \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp[-W(R)/kT]$ и на бесконечности $n_{e\infty}$

$$n_{eS}(R) = n_{e\infty} \exp[Z(R) e^2/kT]. \quad (3.25)$$

Используя уравнение квазинейтральности, перепишем (3.25) в виде

$$Z(R) = \frac{RkT}{e^2} \ln \frac{n_{eS}(R)}{\langle Z \rangle n_p}. \quad (3.26)$$

Формула (3.26) представляет собой интегральное уравнение относительно неизвестной функции $Z(R)$. Правая часть (3.26) определяет $Z(R)$ как функцию R ; неопределенная константа $\langle Z \rangle$ находится из трансцендентного уравнения

$$\langle Z \rangle = n_p^{-1} \int_0^{\infty} \frac{RkT}{e^2} \ln \frac{n_{eS}(R)}{\langle Z \rangle n_p} f(R) dR. \quad (3.27)$$

Концентрация электронов в плазме $n_{e\infty} = \langle Z \rangle n_p$.

Рассмотрим некоторые частные случаи:

а) Монодисперсная система. В этом случае $f(R) = n_p \delta(R - R_0)$, $\langle Z \rangle = Z_0$ и (3.27) переходит в (3.7), а (3.24) — в (3.19).

б) Работа выхода W одинакова для всех частиц. При этом n_{eS} не зависит от радиуса и (3.27) можно переписать в виде

$$\langle Z \rangle = \frac{\langle R \rangle kT}{e^2} \ln \frac{n_{eS}}{\langle Z \rangle n_p},$$

где $\langle R \rangle = n_p^{-1} \int_0^{\infty} R f(R) dR$ — средний радиус. Считая выполненным условие $\langle Z \rangle e^2 / \langle R \rangle kT \ll 1$, найдем $\langle Z \rangle$:

$$\langle Z \rangle \approx \frac{n_{eS}}{n_p} \left(1 - \frac{n_{eS}}{n_p} \frac{e^2}{\langle R \rangle kT} \right).$$

Подставляя полученное выражение в (3.26), найдем, что в системе есть только положительно заряженные частицы и что заряд частицы пропорционален ее радиусу:

$$Z(R) \approx \frac{n_{eS}}{n_p} \frac{R}{\langle R \rangle}.$$

Концентрация электронов в плазме

$$n_{e\infty} = \langle Z \rangle n_p = n_{eS} \left(1 - \frac{n_{eS}}{n_p} \frac{e^2}{\langle R \rangle kT} \right) \approx n_{eS}$$

в нулевом приближении не зависит ни от концентрации частиц, ни от их размеров.

в) Смесь двух сортов частиц. Если полидисперсная система состоит из частиц с радиусом R_1 и работой выхода W_1 и частиц с радиусом R_2 и работой выхода W_2 , функция распределения по размерам имеет вид

$$f(R) = n_{p1} \delta(R - R_1) + n_{p2} \delta(R - R_2),$$

где n_{p1} и n_{p2} — концентрации частиц первого и второго сорта соответственно. Подставляя выражение для $f(R)$ в (3.27), получаем уравнение ионизации, при-

веденное в работе [21] (без учета члена, обусловленного ионизацией присутствующих в смеси паров щелочного металла):

$$n_{e\infty} = \frac{n_{p1}R_1kT}{e^2} \ln \frac{n_{eS}(R_1)}{n_{e\infty}} + \frac{n_{p2}R_2kT}{e^2} \ln \frac{n_{eS}(R_2)}{n_{e\infty}}.$$

Пусть $R_1=R_2=R$; $n_{p1}=n_{p2}=n_p/2$; $W_1 < W_2$ ($n_{eS}(W_1) > n_{eS}(W_2)$). Аналогично тому, как это было сделано в предыдущем случае, приближенно получим

$$n_{e\infty} \approx n_{e\infty}^{(0)} \left(1 - n_{e\infty}^{(0)} e^2 / RkT n_p\right);$$

$$n_{e\infty}^{(0)} = (n_{eS}(W_1) n_{eS}(W_2))^{1/2} = 2 \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2}\right)^{1/2} \exp[-(W_1 + W_2)/2kT].$$

Концентрация $n_{e\infty}$ определяется средней работой выхода $(W_1 + W_2)/2$. Если $n_{eS}(W_1) > n_{e\infty}$, то частицы с меньшей работой выхода имеют заряд $Z_1 = \frac{RkT}{e^2} \ln \frac{n_{eS}(W_1)}{n_{e\infty}} > 0$, а с большей — $Z_2 = \frac{RkT}{e^2} \ln \frac{n_{eS}(W_2)}{n_{e\infty}} < 0$. Отметим, что наличие в системе частиц с зарядами обоих знаков в данном случае не связано с распределением (3.8), поскольку Z_1 и Z_2 определяют средние заряды частиц данного сорта.

Экспериментальное исследование плазмы частиц КДФ и эмитированных ими электронов проводилось в [43], где измерялась концентрация электронов в продуктах сгорания жидких углеводородных смесей с присадками мелкодисперсных частиц окиси магния. Средний размер частиц окиси магния в продуктах сгорания равнялся 10^{-5} см, концентрация частиц достигала порядка 10^{10} см $^{-3}$. Концентрация электронов в этих экспериментах изменялась от $7 \cdot 10^{10}$ до $3 \cdot 10^{11}$ см $^{-3}$ в зависимости от массы вводимой присадки магния. Методика измерения концентрации электронов, применявшаяся в работе [43], не в состоянии обеспечить достаточно высокую точность, поэтому экспериментальные значения $n_{e\infty}$ согласуются со значениями $n_{e\infty}$, рассчитанными по формуле (3.17), только по порядку величины.

3.3. Плазма с уединенными частицами КДФ. Рассмотрим условия, в которых среднее расстояние между частицами превышает все остальные характерные расстояния в плазме. В этих условиях частицы можно считать уединенными. Если заряд частицы оказывается большим, то потенциал частицы может существенно превосходить потенциал плазмы

$$Ze^2/RkT \gg 1. \quad (3.28)$$

Тогда каждая частица, заметно нарушая квазинейтральность плазмы в своей окрестности, делает плазму с КДФ неоднородной. Неоднородности изолированы одна от другой, и их концентрация равна n_p . Средняя концентрация электронов запишется в виде

$$\bar{n}_e = n_{e\infty} + n_p \int_0^v (n_e(r) - n_{e\infty}) dr,$$

где v — объем плазменной неоднородности; $n_{e\infty}$ — концентрация электронов вдали от частицы. Если $\phi(r)$ — потенциал в точке,

отстоящей на расстояние r от центра частицы, то

$$\bar{n}_e = n_{e\infty} + n_p n_{e\infty} \cdot 4\pi \int_R^{\infty} r^2 dr (e^{-e\phi(r)/kT} - 1). \quad (3.29)$$

Аналогичным образом запишется \bar{n}_i . Поэтому условие нейтральности плазмы в целом имеет вид

$$\bar{n}_i + Zn_p - \bar{n}_e = 0. \quad (3.30)$$

Будем считать, что в каждой точке имеется локальное термодинамическое равновесие. Тогда справедливо локальное уравнение Саха, описывающее ионизацию атомов, концентрация которых равна n_a :

$$\frac{n_e(r) n_i(r)}{n_a(r)} = 2 \frac{\Sigma_i}{\Sigma_a} \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} e^{-I/kT}. \quad (3.31)$$

На больших расстояниях от частицы плазма квазинейтральна, $n_{e\infty} = n_{i\infty} = n_e^0$, где n_e^0 дается формулой (3.12). Получим выражение для среднего заряда частицы Z . Запишем соотношение Больцмана, связывающее концентрацию электронов вблизи частицы n_{eS} и на большом удалении от нее $n_{e\infty}$:

$$n_{e\infty} = n_{eS} \exp[-e\phi(R)/kT]. \quad (3.32)$$

Если считать, что n_{eS} определяется по формуле Ричардсона — Дешмана (2.10), и пренебречь зависимостью W от радиуса и заряда частицы, то, подставляя в (3.32) выражения для ϕ , найденные в § 2, можно вычислить Z . Поэтому система уравнений (3.29), (3.30), (3.32) содержит решение задачи об ионизационном равновесии.

Рассмотрим условия, в которых выполняются неравенства

$$R \ll r_D \ll n_p^{-1/3}. \quad (3.33)$$

Эти неравенства соответствуют частицам малого радиуса (обычно субмикронным частицам), заэкранированным электронами и ионами плазмы с обычным дебаевским радиусом, $r_D = (kT/4\pi e^2(n_{e\infty} + n_{i\infty}))^{1/2}$. Используя $\phi = Ze/R$, из (3.32) получаем

$$Z = \frac{RkT}{e^2} \ln \frac{n_{eS}}{n_{e\infty}}. \quad (3.34)$$

Если $T = 2,5 \cdot 10^3$ К, $n_{e\infty} = 10^{14}$ см $^{-3}$, то $r_D = 2,5 \cdot 10^{-5}$ см и условие, накладываемое на величину n_p , не является жестким, $n_p \ll 10^{13}$ см $^{-3}$. Если $n_e \gg Zn_p$, то средняя концентрация электронов близка к $n_{e\infty}$, $\bar{n}_e \simeq n_{e\infty}$. Тогда выражение (3.34), определяя заряд частицы, составляет решение всей задачи. Если же частицы заметно влияют на ионизационное равновесие в плазме, то определение \bar{n}_e проводится численным путем.

Рассмотрим условия, когда плазму с КДФ можно рассматривать как слабонеоднородную. Это означает, что $n_{e\infty}$ не очень отличается от n_{eS} . Из (3.32) следует, что потенциал частицы $\phi(R)$ не-

велик ($e\varphi(R) \ll kT$) и, следовательно, может быть найден в дебаевском приближении

$$\varphi(r) = \frac{Ze^2}{r} e^{-(r-R)/r_D}.$$

Уравнение для \bar{n}_e (3.29) приводится к виду

$$\bar{n}_e = n_{e\infty} - \frac{1}{2} Z n_p.$$

Что же касается Z , то на него накладывается жесткое условие

$$Z = \frac{RkT}{e^2} \left(\frac{n_{eS}}{n_{e\infty}} - 1 \right) \ll \frac{RkT}{e^2}. \quad (3.35)$$

Если $R=10^{-2}$ мкм, то $RkT/e^2 \sim 1$. Следовательно, субмикронные капли всегда нарушают неоднородность плазмы.

Если же $R=1$ мкм, то $RkT/e^2 \sim 100$. Возможны условия, в которых столь крупные частицы заряжаются до сравнительно малых значений Z — порядка 10. Для этого работа выхода должна быть близка к половине потенциала ионизации газа. Очевидно, что это довольно специфическое сочетание (газ — вещество КДФ). В противном случае микронные частицы сильно нарушают неоднородность плазмы. Для микронных частиц неравенство $r \ll r_D$ может нарушаться и более интересна область параметров, в которых выполняются неравенства

$$r_D \ll R \ll n_p^{-1/3}. \quad (3.36)$$

Распределения потенциала вокруг таких частиц приведены в § 2.

3.4. Результаты расчетов. Обсуждение. Результаты вычислений представлены на рис. 7. Показана средняя концентрация электронов в зависимости от суммарной концентрации атомов и ионов калия. Приняты следующие значения параметров: $T=2500$ К; $W=5$ эВ; $I=4,34$ эВ.

В зависимости от величины n_K можно выделить три области. При малых n_K плазма представляет собой систему положительно заряженных частиц и эмитированных ими электронов. Ее свойства определяются частицами КДФ, а наличие калия приводит лишь к небольшим поправкам к $n_{e\infty}$. Для расчета $n_{e\infty}$ в этой области использовалась формула (3.14). При увеличении концентрации частиц $n_{e\infty}$ стабилизируется на значениях $n_{eS}=5 \cdot 10^{10}$ см⁻³, соответствующем формуле Ричардсона — Дешмана (2.10). Это связано с уменьшением заряда частицы и потенциала ее поверхности, а следовательно, с падением электростатической добавки к работе выхода.

При больших концентрациях калия присутствие частиц мало сказывается на $n_{e\infty}$. Значения $n_{e\infty}$ близки к n_e^0 , а отклонения $n_{e\infty}$ от n_e^0 описываются формулами разд. 3.3, если частицы можно считать уединенными ($n_p^{-1/3} \ll r_D$).

При промежуточных n_K заряд частиц меняет свой знак. Это

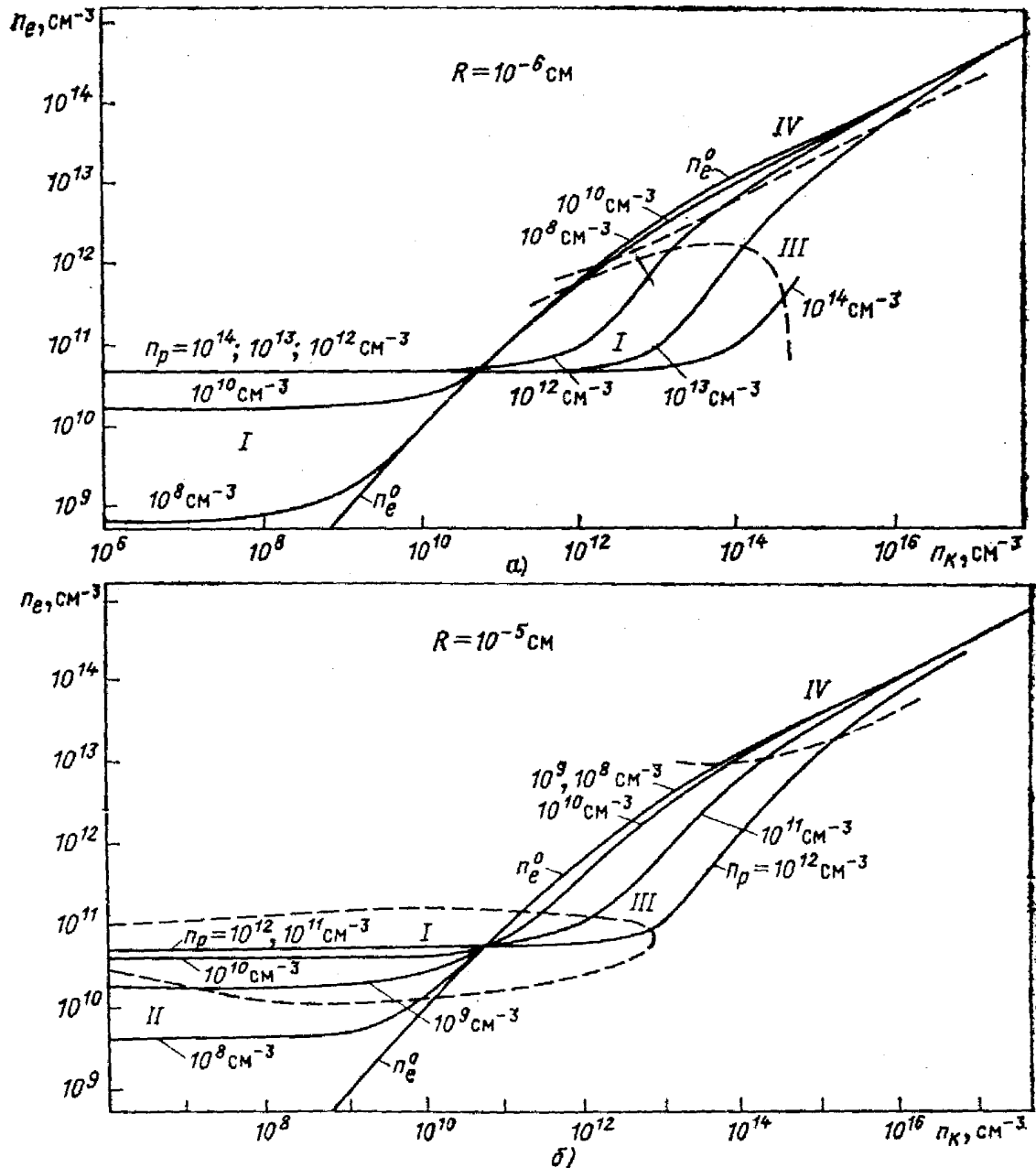


Рис. 7. Зависимость n_e от концентрации калия n_K в плазме с частицами радиусом $R=10^{-6}$ см (а) и 10^{-5} см (б). Значения n_e^0 соответствуют формуле Саха

происходит, когда кривые $n_{e\infty}(n_K)$ пересекают кривую $n_e^0(n_K)$. При больших n_K $Z < 0$ и $n_{e\infty} < n_e^0$. При меньших n_K , наоборот, $Z > 0$ и наличие частиц повышает концентрацию электронов. В этой области вычисления проведены по формулам (3.29), (3.30), (3.32).

Разбиение рис. 7 на области можно провести и по другому принципу. Область I соответствует дебаевской плазме, число частиц в сфере Дебая $(4\pi/3)n_p r_D^3 > 1$. Это условие с точностью до числового множителя совпадает с условием идеальности плазмы, $Z^2 e^2 / r_D kT \ll 1$. Условие идеальности в свою очередь означает, что существенны лишь длинноволновые дебаевские корреляции, а коротковолновыми можно пренебречь. Из этого следует, что распре-

деление электронов в объеме можно считать однородным. При достаточно больших радиусах плазма становится недебаевской как при малых n_k , так и при больших. При малых n_k число частиц в сфере Дебая уменьшается при падении n_p , поскольку радиус Дебая (3.19) уменьшается благодаря увеличению заряда. Область II представляет собой неидеальную систему частиц КДФ и эмитированных ими электронов, которая будет обсуждаться в разд. 4.3.

При больших n_k число частиц в сфере Дебая уменьшается, поскольку с ростом n_k дебаевский радиус r_D падает пропорционально $n_k^{-1/3}$. В этой области (III) частицы не являются ни дебаевскими, ни уединенными, и поскольку теоретическое описание такой плазмы отсутствует, на рис. 7 произведена сшивка решений, экстраполированных из областей I и IV. Эти значения не обязательно должны совпадать с экспериментальными, однако можно ожидать, что это отличие не слишком велико. Свойства плазмы в области III в равной степени определяются как частицами КДФ, так и калием.

При больших n_k радиус Дебая еще более уменьшается и частицы становятся уединенными. Область IV представляет собой плазму с уединенными частицами КДФ. Сама плазма остается еще дебаевской, поскольку с ростом n_k возрастает и $n_{e\infty}$, так что $(4\pi/3)n_e r_D^3 \gg 1$. В области IV поправка к средней концентрации электронов, обусловленная частицами КДФ, порядка $r_D^3 n_{e\infty}/n_p$. Эта поправка в соответствии со вторым из условий (3.1) мала. Из рис. 7 видно, что при $R=10^{-6}$ см частицы не являются уединенными при $n_p=10^{14}$ см $^{-3}$. Если $R=10^{-5}$ см, это имеет место при меньшем значении n_p , $n_p=10^{12}$ см $^{-3}$.

Из сравнения рис. 7, а и б видно, что при увеличении радиуса частицы от 10^{-6} до 10^{-5} см резко сужаются области I и IV, исследованные в предыдущих разделах. Области II и III, в которых плазма становится неидеальной, расширяются. В такой плазме существенны как длинноволновые, так и коротковолновые корреляции и необходимо учитывать неоднородность распределения электронов вблизи частиц. В области IV, где $r_D \sim 10^{-4} \div 10^{-5}$ см, нарушается условие $R \ll r_D$. При этом частицы не могут рассматриваться как точечные, и их заряд не определяется формулой (3.34).

В работе С. Ю. Лукьянова [24] приведены кривые $n_{e\infty}(n_k)$ для частиц с радиусом $R=10^{-4}$ см. Нетрудно убедиться, что при этом значении радиуса нарушаются условия применимости формул, использованных в расчетах, а следовательно, результаты, представленные на рис. 3 работы [24] сомнительны.

4. ИОНИЗАЦИОННОЕ РАВНОВЕСИЕ ПРИ СИЛЬНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ МЕЖДУ ЧАСТИЦАМИ КДФ

В разд. 3.4 было показано, что в достаточно широком круге условий взаимодействие между частицами КДФ нельзя считать слабым. Эта область сложна для теоретического анализа, и обычно прибегают к сшивке решений, полученных в простых предельных

случаях. Это и было сделано на рис. 7, где сшивались кривые $n_{e\infty}$ (n_k), полученные для дебаевской плазмы и для плазмы с уединенными частицами. Если же газ, в котором находятся частицы КДФ, инертен или его концентрация n_k мала, то электроны поставляются только самими частицами и предельный случай уединенных частиц отсутствует. Дело в том, что уединенная частица не может удержать стационарное облако эмитированных ею электронов. Лишь допустив потоки с других частиц, можно компенсировать потерю электронов данной частицей. Поэтому для системы частиц КДФ и эмитированных ими электронов другим предельным случаем является случай очень сильного взаимодействия между частицами. Для его описания используется ячеечный метод.

4.1. Ячеечный метод. Ячеечный метод (метод muffin-tin-потенциала) хорошо известен в физике сильновзаимодействующих частиц (см. например [9, 25]). В этой модели вещество разбивается на совокупность сферических ячеек, каждая из которых содержит одно ядро (в теории сильносжатого вещества) или одну частицу (в системе КДФ) и в целом квазинейтральна. Тем самым происходит переход от многочастичной задачи к одночастичной и сферически симметричной.

Применение в системе КДФ ячеечной модели имеет определенные основания в двух предельных случаях, когда

$$\gamma = e^2 Z^2 n_p^{1/3} / kT \gg 1 \quad (4.1)$$

или когда

$$(4\pi/3) R^3 n_p \rightarrow 1. \quad (4.2)$$

Как в случае кулоновской сильнонеидеальной классической системы КДФ (4.1), так и в очень плотной системе КДФ вещество напоминает классическую жидкость, в которой существует ближний порядок. Введение ячеек учитывает наличие наиболее коротковолновых корреляций, которые тем сильнее, чем лучше выполняются условия (4.1) и (4.2).

Радиус ячейки \bar{r} находим из условия $(4\pi/3) n_p \bar{r}^3 = 1$. Значение потенциала $\varphi(\bar{r})$ принимает равным нулю. Тогда внутри ячейки распределение $n_e(r)$ и уравнение Пуассона — Больцмана имеют вид

$$\left. \begin{aligned} n_e(r) &= n_{e0} \exp[e\varphi(r)/kT] = n_{e0} \exp[\Phi(r)]; \\ \Delta\Phi &= (4\pi e^2 n_{e0}/kT) \exp[\Phi(r)] = \frac{\kappa_0^2}{2} \exp[\Phi(r)], \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

где n_{e0} — неизвестная пока концентрация электронов на поверхности ячейки. Из условия электронейтральности ячейки следует, что

$$\Phi'(r) = 0. \quad (4.4)$$

При записи (4.3) пренебрегалось межэлектронной корреляцией, т. е. предполагалось, что $n_e^{1/3} e^2 / kT \ll 1$. Если распределение $n_e(r)$ внутри ячейки довольно однородное, то приближенно можно записать $Z n_p = n_e$. Тогда

$$n_e^{1/3} e^2 / kT \approx Z^{1/3} n_p^{1/3} e^2 / kT \ll 1. \quad (4.5)$$

Неравенства (4.1) и (4.5) совместимы, если $Z^{3/2} \gg 1$ *. В простейшем виде (4.3) ячеечная модель КДФ аналогична ячейечной модели в томас-фермиевской теории плотного вещества. Отсюда следует как ее ограниченность, так и перспективы расширения ее возможностей, если в рамках метода функционала плотности учесть корреляционные эффекты (например, Киржниц и др. [9], Раджагопал [26]).

Начиная с работы Гибсона [27], ячейечная модель используется довольно часто в условиях, когда неравенства (4.1), (4.2), (4.5) нарушаются. Аналогичным образом дело обстоит и с томас-фермиевской теорией сжатого вещества. Существенно, что там, где томас-фермиевская теория непосредственно неприменима, она дает разумные результаты. Эта теория обладает хорошими экстраполяционными свойствами даже при переходе из сильносжатого состояния в состояние низкотемпературной плазмы, которое описывается набором уравнений Саха. При этом коротковолновые корреляции исчезают, и неверно было бы думать, что теория правильно описывает возникающие по мере расширения длинноволновые корреляции. Просто имеется плавный переход в состояние идеальной плазмы. Заметим, что результаты существенно улучшаются при дополнительном введении корреляционных поправок.

Аналогичная ситуация, на наш взгляд, возникает в системе частиц КДФ. В разд. 4.3 будет показано, что при разрежении системы ячейечное решение переходит в решение, полученное Аршиновым и Мусиным (см. разд. 3.1). Естественно, что по сути дела это является просто экстраполяцией решения Аршинова и Мусина в область, где оно неприменимо (на рис. 7 — это пунктир при малых n_k). При этом происходит сшивка решений, полученных в дебаевской и сильнонеидеальной системах.

4.2. Плотная система частиц КДФ. В плотной системе (4.2) собственный объем превосходит объем, занимаемый инертным газом (или воздухом). Такая система принадлежит к классу «двухфазных» сильнонеупорядоченных систем, проводимость которых определяется соотношением объемов фаз и их проводимостей (см. [25]). Свойства таких систем хорошо изучены — они описываются теорией эффективной среды и теорией протекания (см. [28, 29]). Так, если одна из фаз может быть рассмотрена как металлическая, то, если ее объем $v_m \geq 0,3v$, в ней возникают непрерывные каналы проводимости. Поэтому эффективная проводимость всей системы оказывается близка к металлической. Если же $v_m < 0,3v$, то каналы проводимости отсутствуют и эффективная проводимость близка к проводимости второй неметаллической среды. Зная проводимость каждой из фаз, можно определить проводимость двухфазной системы.

Система КДФ специфична лишь тем, что проводимость межчастичной среды определяется термоэлектронной эмиссией частиц.

* Иными словами, межчастичная корреляция характеризуется дебаевским радиусом $\kappa_p^{-1} = (kT/4\pi e^2 Z^2 n_p)^{1/2}$, а межэлектронная — $\kappa_e^{-1} = (kT/4\pi e^2 n_e)^{1/2}$. Поэтому возможно одновременно $n_p \kappa_p^{-3} \ll 1$; $n_e \kappa_e^{-3} \gg 1$.

Переходим к решению уравнения (4.3). Условие (4.4) позволяет заключить, что вблизи границы ячейки выполняется условие

$$\left| \frac{2}{r} \frac{d\Phi}{dr} \right| \ll \frac{\kappa_0^2}{2} e^{\Phi(r)}, \quad (4.6)$$

с помощью которого задача сводится к плоской (см. § 2). Там, где условие (4.6) выполнено, решение (4.3) имеет вид

$$\Phi(r) = \ln \left[1 + \operatorname{tg}^2 \frac{(r - \bar{r}) \kappa_0}{2} \right]. \quad (4.7)$$

В плотной среде частиц КДФ можно предположить, что условие (4.6) выполняется всюду, включая и поверхность частицы. Тогда

$$\Phi_S = \ln \left[1 + \operatorname{tg}^2 \frac{(R - \bar{r}) \kappa_0}{2} \right]. \quad (4.8)$$

В (4.8) входит неизвестная величина κ_0 . Определим ее, подставляя (4.8) в (4.3):

$$\frac{\kappa_S^2}{\kappa_0^2} = 1 + \operatorname{tg}^2 \frac{(R - \bar{r}) \kappa_0}{2}; \quad \kappa_S^2 = \frac{8\pi e^2 n_{eS}}{kT}. \quad (4.9)$$

В зависимости от соотношения «приповерхностного» радиуса Дебая κ_S^{-1} и зазора $\bar{r} - R$ имеются два предельных случая. Очевидно, что если

$$\bar{r} - R \ll 2\kappa_S^{-1}; \quad \bar{r} - R \ll R/2, \quad (4.10)$$

то узкий зазор $\bar{r} - R$ однородно заполнен электронами с концентрацией $n_{e0} \simeq n_{eS}$. Отсюда заряд капли

$$Z = 4\pi R^2 (\bar{r} - R) n_{eS}. \quad (4.11)$$

Если же, наоборот, κ_S^{-1} мал по сравнению с зазором, то приповерхностный слой электронов экранирует заряженную поверхность. Тогда электронный газ сильно неоднороден

$$n_{eS} \gg n_{e0} \text{ или } \kappa_S \gg \kappa_e. \quad (4.12)$$

Согласно (4.8) это возможно лишь тогда, когда

$$\kappa_0 \simeq \frac{\pi}{\bar{r} - R}; \quad n_{e0} = \frac{\pi kT}{8e^2 (\bar{r} - R)^2}. \quad (4.13)$$

Отметим, что, согласно (4.13) концентрация электронов вдали от частицы не зависит от эмиссионных свойств самой частицы. Разумеется, это справедливо лишь там, где выполнены условия (4.12) и (4.6). Используя (4.13) вместо (4.12), получаем

$$\kappa_S (\bar{r} - R)/2 \gg 1, \quad (4.14)$$

а вместо (4.6)

$$\pi R \gg \bar{r} - R. \quad (4.15)$$

Итак, выражение (4.13) справедливо, если

$$2\kappa_S^{-1} \ll \bar{r} - R \ll \pi R, \quad (4.16)$$

т. е. тогда, когда дебаевская длина κ_S^{-1} мала по сравнению с размером области, где могут находиться электроны. Заряд капли

$$Z = 8\pi R^2 n_{eS} / \kappa_S; \quad (4.17)$$

плотность заряда на капле $\sigma = Z/4\pi R^2$ не зависит от радиуса капли.

Заметим, что в плотной системе КДФ геометрия межчастичных областей может быть произвольной. В то же время ясно, что это не должно сказаться на концентрации электронов. Это непосредственно отразилось в формуле (4.13).

4.3. Разреженная система частиц КДФ. Перенормировка заряда. Разреженная система частиц КДФ характеризуется условием $R \ll \bar{r}$. Предполагая, что ячеечный метод применим, будем решать задачу об определении концентрации электронов и заряда частиц. Ниже будет показано, что характер решения определяется соотношением между радиусом частицы и поверхностным радиусом Дебая, т. е. величиной $R\kappa_S$. В зависимости от значения $R\kappa_S$ возможны режимы слабого и сильного экранирования. Рассмотрим сначала первый из них.

Условие слабого экранирования имеет вид

$$\frac{2}{R} \left| \frac{d\Phi}{dr} \right|_{r=R} \gg \frac{\kappa_0^2}{2} e^{\Phi_S} = \frac{\kappa_S^2}{2}. \quad (4.18)$$

Тогда при $r \rightarrow R$ решение однородного уравнения (4.3) запишется в виде

$$\Phi(r) = A/r + B, \quad (4.19)$$

где A и B — константы. С другой стороны, при $r \rightarrow \bar{r}$ $e^{\Phi} \rightarrow 1$, поэтому в этой области [27]

$$\Phi(r) = \frac{1}{3} \bar{r}^2 \kappa_0^2 \left[\frac{\bar{r}}{r} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{\bar{r}} \right)^2 \right]. \quad (4.20)$$

Сравнивая (4.19) и (4.20), легко убедиться, что при $R \ll \bar{r}$ (4.20) справедливо во всей области. Тогда

$$\Phi_S = \frac{1}{3} \bar{r}^2 \kappa_0^2 \left[\frac{\bar{r}}{R} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{\bar{r}} \right)^2 \right] \approx \frac{1}{3} \frac{\bar{r}^3 \kappa_0^3}{R}. \quad (4.21)$$

Из (4.21) и (4.3) получаем уравнение относительно κ_0 или n_{e0}

$$\ln \frac{\kappa_S}{\kappa_0} \approx \frac{1}{6} \frac{\bar{r}^3 \kappa_0^3}{R}. \quad (4.22)$$

При выполнении условия $R \ll \bar{r}$, а также условия (4.18) лишь малая часть электронов находится в области сильных полей, поэтому $n_{e0} \approx Zn_p$, и (4.22) переходит в (3.17). Уравнение (3.17) было получено в разделе, описывающем дебаевскую систему частиц КДФ. Обратим внимание на то, что потенциал (4.20) практически совпадает с кулоновским потенциалом незаэкранированного заряда частицы Ze^2/RkT во всей области, за исключением малой окрестно-

сти границы ячейки. Подставляя (4.20) в (4.18), получаем, что условие слабого экранирования имеет вид

$$(R\kappa_S)^2 \ll 8L, \quad (4.23)$$

где $\kappa_S^2 = 8\pi e^2 n_{eS} / kT$; $L = \ln \frac{n_{eS}}{n_{e0}}$.

Таким образом, в режиме слабого экранирования концентрация электронов дается формулой идеально-газового приближения даже в том случае, когда сильны межчастичные корреляции.

Рассмотрим теперь режим сильного экранирования. Он определяется условием, противоположным (4.18) или (4.23):

$$(R\kappa_S)^2 \gg 8L.$$

Вблизи поверхности частицы образуется тонкий слой электронов, который сильно экранирует заряд частицы. Если этот слой можно считать плоским, то распределение потенциала в нем дается формулой (4.7). В соответствии с этим падение концентрации электронов с удалением от поверхности частицы определяется выражением

$$n_e(r) \sim (1 + \kappa_S(r - R))^{-2}.$$

При этом растет локальное значение параметра $\kappa^{-1}(r) \sim n_e^{-1/2}(r)$. Такой рост длины корреляции продолжается до тех пор, пока значение параметра $(r\kappa(r))^2$ не снизится до значения $8L_1 = \ln [n_e(r_1)/n_{e0}]$. После этого можно считать выполненным условие (4.23) и рассматривать режим слабого экранирования, выбирая в качестве κ_S значение $\kappa(r_1)$, удовлетворяющее уравнению $(r_1\kappa(r_1))^2 = 8L_1$. Толщина экранирующего слоя $\Delta r = r_1 - R$ в интересующем нас плоском случае ($\Delta r \ll R$) оказывается равной $R/(8L_1)^{1/2}$. Поэтому уже при $L > 1$ справедливо настоящее рассмотрение.

Распределение потенциала вокруг частицы в режиме сильного экранирования показано на рис. 8. Полный заряд, находящийся

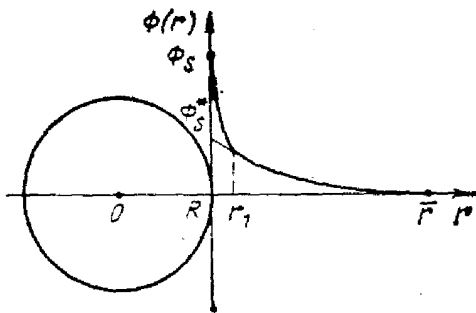


Рис. 8. Качественное распределение потенциала вокруг частицы в режиме сильного экранирования

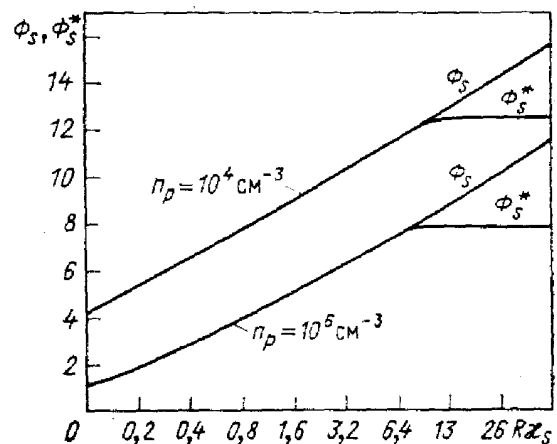


Рис. 9. Истинный и эффективный потенциалы на поверхности частицы. $T = 2500$ К

в сфере радиусом r_1 , назовем эффективным зарядом частицы и обозначим Z^* . Сошьем в точке r_1 решение, полученное нами в области сильного экранирования ($r < r_1$), с решением, справедливым в области слабого экранирования ($r > r_1$). Это означает, что при $r > r_1$ $\Phi(r) \simeq \Phi^*(r) = Z^* e^2 / rkT$, а условие квазинейтральности имеет вид $n_{e0} \simeq Z^* n_p$. Учитывая соотношение $r_1^2 \kappa^2(r_1) = 8L_1$, получаем

$$Z^* = \frac{r_1 kT}{e^2} \ln \frac{n_e(r_1)}{n_{e0}} \simeq \frac{RkT}{e^2} L_1. \quad (4.24)$$

Концентрация электронов на границе ячейки, близкая к средней концентрации внутри ячейки

$$n_{e0} = n_p \frac{RkT}{e^2} L_1. \quad (4.25)$$

В (4.24) и (4.25) $L_1 = \ln [n_e(r_1)/n_{e0}] = -\ln(2\pi R^3 n_p)$. В уравнение (4.25) не вошла величина κ_S , поэтому концентрация n_{e0} не зависит от эмиссионных свойств вещества частиц.

На рис. 9 показана зависимость потенциала Φ_S и эффективного потенциала Φ_S^* частицы с радиусом $R = 5 \cdot 10^{-4}$ см при $n_p = 10^4$ и 10^6 см $^{-3}$. Из рисунка видно, что при $\kappa_S R > (8L)^{1/2}$ значение Φ_S^* выходит на константу и не зависит от работы выхода. Величины Φ_S и Φ_S^* при этом могут сильно отличаться друг от друга.

В соответствии с этим и эффективный заряд частицы Z^* может быть существенно меньше истинного, определяемого формулой (4.17).

Результаты расчета по формулам (3.17) и (4.25) хорошо согласуются с результатами численных расчетов [27, 30].

4.4. Границы применимости метода ячеек. Оценки границ применимости этого метода в литературе отсутствуют. До сих пор мы исходили из общих соображений, изложенных в разд. 4.1. Полученное в разд. 4.2 решение позволяет продвинуться в этом направлении и получить более конкретный критерий.

Очевидно, что метод ячеек применим, когда имеется сильная корреляция между соседними ячейками, аналогичная ближнему порядку в жидкости. Тогда положение каждой частицы в центре ячейки соответствует дну потенциальной ямы. Она возникает в результате взаимодействия данной частицы с другими частицами и электронами. Если это так, то амплитуда тепловых колебаний частицы должна быть малой по сравнению с радиусом ячейки \bar{r} .

Рассмотрим случай $\kappa_S^{-1} \ll \bar{r} - R < R$ (разд. 4.2), который сводится к рассмотрению не сферической, а плоской ячейки (рис. 10). Это упрощает последующие выкладки, поскольку взаимодействие между ячейками, возникающее при смещении частицы, можно свести к взаимодействию пластин конденсаторов толщиной $2R$, отстоящих друг от друга на расстояниях, мало отличающихся от $2(\bar{r} - R)$. Поскольку частицы очень массивны, электронный газ, находящийся между пластинами, всегда находится в равновесии с ними.

Зафиксируем частицы A и C на рис. 10. Тогда при сдвиге ча-

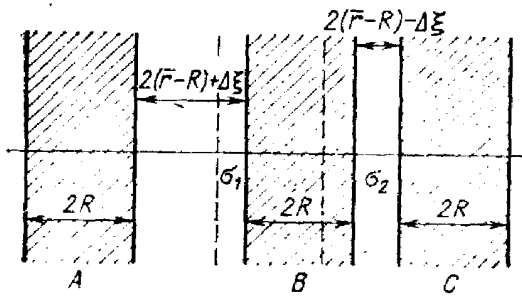


Рис. 10. Иллюстрация к модели «плоских» ячеек

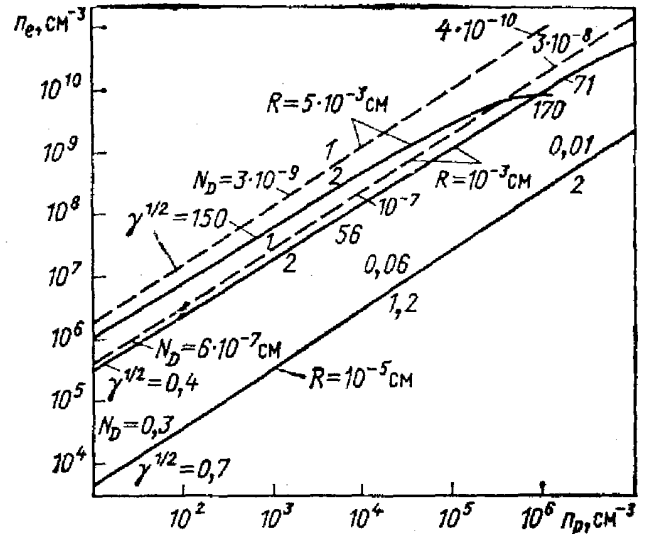


Рис. 11. Концентрация электронов в идеальной [(кривые 1, (3.17)] и неидеальной [(кривые 2, (4.25)] системах частиц КДФ разного радиуса R при $T=2500$ К, $W=2,7$ эВ. Около кривых указаны значения $\gamma^{1/2}$ (4.24) и $N_D = (4\pi/3)n_p \kappa_\infty^{-3}$. Пунктир соответствует значениям параметров, выходящих за пределы применимости формулы (3.17)

стицы B на расстояние $\Delta\xi$ от положения равновесия возникает возвращающая сила, равная

$$\mathcal{F} = -2\pi S (\sigma_1^2 - \sigma_2^2), \quad (4.26)$$

где S — площадь поверхности частицы; σ_1 и σ_2 — поверхностные плотности зарядов,

$$\sigma_{1,2} = -\frac{1}{2\pi} \left(\frac{d\varphi}{dr} \right)_{1,2}; \quad (4.27)$$

$\left(\frac{d\varphi}{dr} \right)_{1,2}$ — значения производных потенциала на поверхностях частицы B . Потенциал $\varphi(r)$ определяется формулой (4.8). Вычисляя его производную с учетом малости $\kappa_S^{-1}/(\bar{r}-R)$, получаем

$$\left(\frac{d\varphi}{dr} \right)_{1,2} = \kappa_S \frac{kT}{e} \left[1 - \pi^2 \frac{\kappa_S^{-2}}{2(\xi \mp \Delta\xi)^2} \right], \quad (4.28)$$

где $\xi = \bar{r} - R$.

Подставляя (4.28), (4.27) в (4.26), получаем

$$\mathcal{F} = -2\pi S \frac{k^2 T^2}{e^2} \xi_0^{-3} \Delta\xi. \quad (4.29)$$

Из (4.29) следует, что частица B находится в потенциальной яме

$$U(\Delta\xi) = 4\pi^2 R^2 \frac{k^2 T^2}{e^2} \xi_0^{-3} (\Delta\xi)^2. \quad (4.30)$$

Если плазма равновесна, то амплитуда колебаний определяется соотношением $U(\Delta\xi) = kT$. Условие малости колебаний получаем

в виде

$$(\epsilon_0 e^2 / 4\pi^2 R^2 kT)^{1/2} \ll 1. \quad (4.31)$$

Обратим внимание на то, что в критерий не вошла поверхностная концентрация электронов n_{es} . Это свидетельствует о сильной экранировке и о возможности проведения перенормировки заряда. В самом деле, используя определение эффективного заряда частицы $Z^* = 4RT/e^2$ (см. § 2), неравенство (4.31) для наиболее интересного случая, когда $\bar{r} - R \sim R$, можно переписать в виде

$$\gamma^{1/2} = (Z^{*2} e^2 / \bar{r} kT)^{1/2} \gg 1. \quad (4.32)$$

Это условие эквивалентно условию сильного межчастичного взаимодействия (4.1), записанному, однако, с перенормированным зарядом. Это делает критерий (4.32) более жестким. Однако если $R = 1$ мкм, $\bar{r} = 2R = 2$ мкм, $(Z^{*2} e^2 / \bar{r} kT)^{1/2} \simeq 50 \gg 1$, т. е. критерий выполняется.

Получим теперь критерий применимости ячеечного метода для разреженной системы. Для этого рассмотрим малые колебания частицы около центра ячейки. Поскольку в разреженной системе концентрация электронов почти постоянна повсюду, кроме приповерхностных областей, на частицу действует сила

$$\mathcal{F}(\Delta r) = (4\pi/3) Z^* e^2 n_{e0} \Delta r \simeq (4\pi/3) Z^{*2} e^2 n_p \Delta r, \quad (4.33)$$

где Δr — расстояние от центра; Z^* — эффективный заряд, определяемый формулой (4.24). Если $R^2 \kappa_S^2 < 8L$, эффективный заряд в (4.33) следует заменить истинным. Частица совершает колебания в сферической потенциальной яме

$$U(\Delta r) = (2\pi/3) Z^{*2} e^2 n_p (\Delta r)^2. \quad (4.34)$$

Потребовав, чтобы амплитуда таких колебаний с энергией порядка температуры была много меньше радиуса ячейки, получим условие (4.32), которое является критерием применимости ячеечного метода в случае как плотной, так и разреженной систем.

На рис. 11 представлены результаты вычислений концентрации электронов в системе частиц КДФ с различными радиусами. Вычисления проведены в двух приближениях: для идеальной системы (3.17) — кривые 1 и для сильнонеидеальной с использованием перенормировки заряда (4.25) — кривые 2. Кривые 1 и 2 построены при $W = 2,7$ эВ; $T = 2500$ К. Около расчетных кривых указаны значения параметра неидеальности $\gamma^{1/2}$ и числа частиц в сфере Дебая N_D .

Для частицы с радиусом 10^{-3} см применима формула (4.25), поскольку $R^2 \kappa_S^2 \gg 8L$; $\gamma^{1/2} \gg 1$. Для частиц с радиусом $R = 10^{-5}$ см неприменимы оба приближения, хотя при малых n_p предпочтительнее (3.17), а при больших n_p — (4.25). Поскольку в этом случае $R^2 \kappa_S^2 \simeq 8L$, использование (3.17) и (4.25) приводит к одному и тому же результату.

Сравнительно большое различие (на рис. 11 в 10 раз) в значениях n_e , даваемых (3.17) и (4.25), получается при $R=5 \cdot 10^{-3}$ см. Заметим, что формула (3.17) не учитывает дебаевских корреляций и на самом деле является формулой идеально-газового приближения, в то время как (4.25) описывает предел сильной неидеальности. Ситуация представляется аналогичной той, которая имеет место в физике электрон-ионной неидеальной плазмы (например, [7, 31]). При экспериментальном и теоретическом исследовании ее термодинамических свойств было установлено, что идеально-газовое приближение в отличие от дебаевского хорошо описывает ряд свойств в области, где параметр неидеальности велик. Это обстоятельство, представлявшееся странным, позднее было объяснено.

Совпадение результатов вычисления равновесной концентрации электронов в дебаевской и в сильнонеидеальной системах частиц КДФ и эмитированных ими электронов объясняется тем, что в разреженной сильнонеидеальной системе, так же как и в дебаевской, электронный газ можно считать идеальным (напомним, что неидеальность по параметру межчастичного взаимодействия возникает лишь благодаря макроскопичности Z). Поэтому в обоих случаях распределение электронов в слабозаэкранированном кулоновском поле частицы дается одной и той же формулой Больцмана (3.17) или (4.25).

В заключение заметим, что тонкий слой электронов, экранирующий истинный заряд частицы при $R\kappa_s \gg (8L)^{1/2}$, по-видимому, не должен проявлять себя в широком круге явлений.

5. ВОПРОСЫ КИНЕТИКИ В ПЛАЗМЕ С КДФ

Наличие КДФ может влиять не только на свойства равновесной плазмы, но и на характеристики неравновесных состояний. В разд. 5.1 оценивается время зарядки частицы. Показано, что время релаксации электронной плотности к равновесной может определяться не процессами ионизации атомов и рекомбинации электронов и ионов, а временем релаксации заряда частиц.

Другим источником неравновесности может явиться пересыщение плазмы парами конденсируемой фазы. Объемная конденсация приводит к образованию мелкодисперсных частиц, наличие которых может повлиять на концентрацию электронов и другие свойства плазмы. Однако наличие ионов плазмы сказывается на процессе конденсации. Образование капелек в плазме рассмотрено в разд. 5.2.

Присутствие КДФ может изменить проводимость плазмы. Это изменение связано не только с изменением концентрации электронов, но, как показано в разд. 5.3, и с уменьшением их подвижности.

5.1. Ионизационная релаксация. При переходе плазмы в состояние локального ионизационного равновесия происходят два процесса. Первый из них, характеризующийся временем τ_e , заключается в установлении равновесной концентрации электронов в окрестности частицы в результате процессов электрон-ионной рекомбинации и ионизации. При втором процессе, характеризующем временем τ_z , заряд частицы достигает равновесного значения.

Оценим сначала время τ_e . Будем считать, что концентрация электронов достаточно велика, так что рекомбинация происходит главным образом с участием электрона в качестве третьего тела, а ионизация является ступенчатой [32, 33]. Тогда уравнение баланса для плотности электронов может быть записано в виде

$$\dot{n}_e = -\alpha n_e^2 n_i + \beta n_e n_a, \quad (5.1)$$

где α и β — коэффициенты рекомбинации и ионизации. Если ионизационная релаксация происходит при постоянной температуре T , то в оптически плотной плазме α и β связаны соотношением $\beta = \alpha (n_e^0)^2 / n_a$, где $n_e^0(T)$ — плотность электронов, определяемая формулой Саха. Учитывая это, запишем (5.1) в виде

$$\dot{n}_e = -\alpha n_e [n_e n_i - (n_e^0)^2]. \quad (5.2)$$

Из (5.2) следует, что время релаксации

$$\tau_e = (\alpha (n_e^0)^2)^{-1}. \quad (5.3)$$

Коэффициент рекомбинации α можно оценить, используя модель Томсона: $\alpha = Ce^{10m^{-1/2}(kT)^{-3/2}}$, где C — коэффициент порядка единицы [33]. Окончательно получим

$$\tau_e = Cm^{1/2} (kT)^{3/2} e^{-10} n_e^{-2}. \quad (5.4)$$

При $T=3000$ К и $n_e=10^{14}$ см⁻³ получим $\tau_e=3 \cdot 10^{-5}$ с.

Гораздо быстрее ионизационная релаксация протекает в продуктах сгорания углеводородных топлив благодаря большим значениям коэффициентов рекомбинации в столкновениях электрона и иона с молекулами. При $T=3000$ К $\alpha \approx 10^{-26}$ см⁶/с [32]. Это при атмосферном давлении дает $\tau_e=10^{-7} \div 10^{-6}$ с.

Перейдем к определению времени релаксации заряда частицы τ_z , которую будем считать изолированной. Тогда концентрации электронов и ионов на большом расстоянии от частицы при введении ее в плазму не меняются. Запишем уравнение баланса заряда, предполагая коэффициенты аккомодации электронов и ионов равными единице:

$$(4\pi R^2)^{-1} \frac{dZ(t)}{dt} = -j_e^+ + j_e^- + j_i^+ - j_i^-, \quad (5.5)$$

где $Z(t)$ — заряд частицы в момент времени t ; R — радиус частицы; j_e^+ , j_i^+ , j_e^- , j_i^- — потоки электронов и ионов, падающих на поверхность и эмитированных поверхностью частицы соответственно. Предположим, что в каждой точке плазмы, окружающей частицу, имеется локальное термодинамическое равновесие, т. е. время релаксации τ_e меньше времени зарядки частицы. Тогда распределение электронов и ионов в поле частицы определяется формулой Больцмана. Считая, что потенциал частицы относительно плазмы равен Ze/R , получаем

$$j_e^+ = n_{e\infty} v_e \exp [Ze^2/RkT]; \quad (5.6a)$$

$$j_i^+ = n_{i\infty} v_i \exp [-Ze^2/RkT], \quad (5.6b)$$

где $v_e = (kT/2\pi m)^{1/2}$; $v_i = (kT/2\pi M)^{1/2}$; M — масса иона. Поток электронов, эмитированных поверхностью, определяется уравнением Ричардсона — Дешмана

$$j_e^- = n_{eS} v_e; \quad n_{eS} = 2 \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} e^{-W/kT}. \quad (5.6b)$$

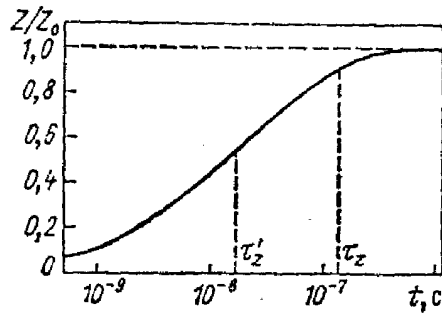


Рис. 12. Процесс зарядки частицы в плазме, $n_{e\infty} = 10^{14} \text{ см}^{-3}$; $T = 2500 \text{ К}$; $R = 10^{-7} \text{ см}$

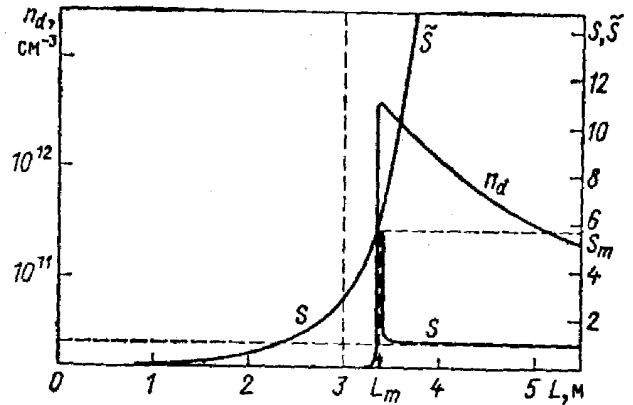


Рис. 13. Степень пересыщения S , величина $\bar{S} = p/p_s$ и концентрация капель в зависимости от положения в диффузоре МГД-генератора

Для нахождения j_i^- запишем уравнение Саха — Ленгмюра $n_i/n_a = \exp[(W - I)/kT]$, которое может быть переписано в виде $n_i/n_a = n_{e\infty}^2/n_{eS}n_a$. Считая, что концентрация атомов вокруг капли постоянна, найдем j_i^-

$$j_i^- = n_{e\infty}^2 v_i / n_{eS}. \quad (5.6r)$$

Подставляя (5.6a) — (5.6r) в (5.5), получаем

$$(4\pi R^2)^{-1} \frac{dZ}{dt} = n_{e\infty} v_e \left\{ \frac{n_{eS}}{n_{e\infty}} - \exp[Ze^2/RkT] \right\} + n_{e\infty} v_i \left\{ \exp[-Ze^2/RkT] - \frac{n_{e\infty}}{n_{eS}} \right\}. \quad (5.7)$$

Если пренебречь потоками ионов, то решение (5.7), удовлетворяющее начальному условию $Z(0) = 0$, имеет вид

$$Z(t) = -\frac{RkT}{e^2} \ln \left[\frac{n_{e\infty}}{n_{eS}} + \left(1 - \frac{n_{e\infty}}{n_{eS}} \right) e^{-t/\tau_Z} \right], \quad (5.8)$$

где $\tau_Z = kT/4\pi e^2 n_{eS} R v_e$. Изменение со временем заряда частицы с радиусом $R = 10^{-7} \text{ см}$ в плазме показано на рис. 12. Принято $W = 4,3 \text{ эВ}$, поэтому частица заряжается отрицательно, заряд стремится к величине $Z_0 = (RkT/e^2) \ln(n_{eS}/n_{e\infty})$. Зависимость $Z(t)$ определяется двумя характерными временами. При малых $Z(t)$ — временем $\tau_Z' = (4\pi R^2 v_e n_{e\infty})^{-1} \approx 10^{-8} \text{ с}$; это время значительно меньше времени релаксации заряда к равновесному $\tau_Z = \tau_Z' \exp[-Z_0 e^2/RkT] (RkT/e^2) \approx 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ с}$. Последнее обусловлено тем, что электроны должны преодолевать растущий со временем электростатический барьер $Z(t)e^2/R$.

Заметим, что на больших временах на зарядку частицы могут повлиять потоки ионов. Они заряжают частицу с характерным временем $\tau_Z'' = \tau_Z (M/m)^{1/2} \times \exp[2Z_0 e^2/RkT]$, которое может быть меньше времени τ_Z . Дело в том, что атомам для посадки на поверхность частицы не надо преодолевать электростатический барьер. Если $W > I$, то атомы легко ионизуются на поверхности, отдавая электроны частице и создавая поток j_i^- .

В рассмотренном примере время зарядки капли превышало время релаксации плазмы τ_e . Однако времена зарядки больших капель заметно короче времен зарядки малых. Для больших капель обычно $\tau_z \ll \tau_e$. В этом случае выражения (5.6) для потоков электронов и ионов несправедливы и задача о зарядке капли становится очень сложной. Корректное решение ее в настоящее время отсутствует. Тем не менее можно показать, что в некоторых случаях присутствие КДФ значительно снижает время ионизационной релаксации [27]. Предположим, что длина свободного пробега электронов много больше среднего расстояния между частицами и что можно пренебречь термоэмиссией. Тогда, положив коэффициент аккомодации электронов на поверхности частиц равным единице, запишем скорость изменения концентрации электронов в плазме

$$\dot{n}_e = -4\pi R^2 n_e(t) n_p v_e \exp[e\varphi(t)/kT], \quad (5.9)$$

где φ — потенциал частицы. Время изменения n_e

$$\tau_e' = \{4\pi R^2 n_p v_e \exp[e\varphi(t)/kT]\}^{-1}. \quad (5.10)$$

При $R=10^{-4}$ см; $n_p=10^{10}$ см $^{-3}$; $T=3000$ К и $e\varphi(t)=-kT$ получаем $\tau_e' \simeq 10^{-10}$ с, что много меньше времени ионизационной релаксации в отсутствие частиц, определяемого формулой (5.4). Если концентрация частиц достаточно высока, так что $n_p \sim n_e/|Z_0|$ (Z_0 — равновесный заряд частицы), концентрация n_e значительно изменяется за очень короткое время τ_e' , т. е. релаксационные свойства плазмы определяются наличием КДФ. Частицы при этом служат либо «источником», либо «стоком» электронов.

5.2. Объемная конденсация в плазме. Если температура плазмы, содержащей пары некоторого вещества, давление которых близко к давлению насыщения, понижается, то в некоторый момент времени эти пары конденсируются, образуя туман мелких капелек. В результате гомогенная плазма превращается в плазму с КДФ. Этот процесс характерен для расширяющейся плазмы, например адиабатически расширяющейся в пустоту [34] или расширяющейся в канале МГД-генератора [35—38]. Возникают вопросы о местоположении фронта конденсации, числе капель, влиянии заряда капель на конденсацию.

Качественная картина процесса объемной конденсации следующая. Предположим, что температура падает со временем по известному закону $T(t)$. Давление плазмы для простоты будем считать постоянным. Пусть в начальный момент времени степень пересыщения пара $S = p_v/p_s$, где p_v — давление пара при температуре T , p_s — давление насыщенных паров при той же температуре, меньше единицы (рис. 13). При этом конденсация отсутствует. Падение температуры приводит к резкому падению $p_s = p_0 e^{-q/kT}$, где q — атомарная теплота испарения; p_0 — некоторая константа. В результате при $t=t_1$ пар становится насыщенным ($S=1$). Как известно, при малых пересыщениях образование зародышей жидкой фазы происходит очень медленно. Лишь при достижении пересыщения S_m происходит интенсивная нуклеация, за которой следует быстрый рост возникших капель. Для S_m приближенно можно записать [37]

$$\left. \begin{aligned} \ln^2 S_m &= \frac{16\pi\sigma^3}{3(kT)^3 n_i^2} \frac{1}{\ln \Lambda} ; \\ \ln \Lambda &= \ln \frac{C p_v T^3}{\tau^3 (d \ln p_s / dt)^4} . \end{aligned} \right\} \quad (5.11)$$

где σ — поверхностное натяжение жидкости; n_l — плотность частиц в жидкости ($4\pi r_s^3 n_l / 3 = 1$); $\tau = [\pi r_s^2 n_l (8kT/M)^{1/2}]^{-1}$ — время одного столкновения; $C = 1,8 \times 10^{-7} \cdot (k^3 n_l^3 / \sigma^3) (\sigma/M)^{1/2}$. В правой части (5.11) все величины для оценки можно брать в точке, где $\ln S = 1$. Очень грубо можно записать $\sigma \approx (q/4\pi r_s^2) (T/T_c)$, где T_c — критическая температура вещества. Тогда

$$\ln^2 S_m \approx (4/27) (q/T_c)^3 / \ln \Lambda.$$

Отсюда следует, что значения S_m слабо зависят от свойств вещества пара и, пока $q/T \gg 1$, лежат в районе 2—5.

За время порядка $\Delta t_m \sim \tau/v \gg \tau$, где $v = (n_d/n_s)^{1/3}$ — степень дисперсности; n_d — концентрация капель, почти все вещество переходит из пара в конденсированное состояние. Пар истощается, и пересыщение становится близким к единице (рис. 13). Число возникших капель зависит от интенсивности источника зародышей $n_d \sim I_m \Delta t_m$, где в случае гомогенной нуклеации

$$I_m = \left(\frac{n_s^2}{n_l n_s} \right) (2\sigma/\pi m)^{1/2} \exp[-\Delta\Phi_0/kT]; \quad (5.12)$$

$\Delta\Phi_0 = 4\pi r^* \sigma / 3kT$; $r^* = 2\sigma/n_l kT \ln S_m$ — критический радиус зародыша.

Если интенсивность источника I_m очень велика, то он производит большое число капель n_d . Поскольку $(4\pi/3)R^3 n_d = \text{const}$, то это означает, что радиус капель R мал. Мелкодисперсная система сильно подвержена коалесценции, приводящей к укрупнению капель [38]. Оказывается, что стационарная степень дисперсности не может превышать

$$v_c = \left(\frac{n_l k T r_s \tau}{2\sigma} \frac{d \ln \bar{S}}{dt} \right)^{1/2},$$

где \bar{S} — пересыщение, вычисляемое без учета истощения пара (рис. 13).

Спустя время порядка Δt_m (или время коалесценции, если она происходит) возникает квазистационарное состояние. Свойства системы пар+конденсат близки к равновесным. Полное равновесие, однако, не достигается. Его установлению препятствует изменение температуры плазмы, под которое эта система не успевает подстраиваться мгновенно, и сам факт того, что конденсат находится в мелкодисперсном состоянии. Квазистационарное пересыщение близко к

$$S - 1 = \tau v^{-1} d \ln \bar{S} / dt + 2\sigma v / n_l k T r_s.$$

Если первые стадии конденсации протекают очень быстро, то квазистационарная может быть весьма продолжительной. Еще больших времен требует коагуляция, которая заметно понижает дисперсность $v < v_c$. Такова, по-видимому, при $q \gg T$ последовательность процессов. Более корректные критерии можно найти в [37, 38].

Рисунок 13 отображает конденсацию окиси кремния в диффузоре МГД-генератора на угле. Температура на длине диффузора линейно спадает от 2400 до 2200 К. Исходные концентрации пара $n_s = 2,8 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$, продуктов сгорания $n = 1,3 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$; $q = 8,9 \cdot 10^4 \text{ К}$; $\sigma = 0,32 \text{ Н/м}$. Характерные времена $\tau \sim 10^{-7} \text{ с}$; $\Delta t_m \sim 10^{-4} \text{ с}$; время пролета диффузора плазмой около 10^{-2} с .

Как известно, в плазме конденсация происходит на ионах, поскольку термодинамический барьер в присутствии иона $\Delta\Phi_i$ ниже $\Delta\Phi_0$ (5.12):

$$\Delta\Phi_i = \frac{4\pi}{3} \frac{r_i^{*2} \sigma}{kT} \left(1 + 8 \frac{b}{r_i^{*3}} - 6 \frac{b}{r_i^{*2} R_i} \right),$$

где $r_i^* \simeq r^* - b/r^{*2}$ — критический радиус заряженной капли; $b = e^2/16\pi\sigma$; R_i — радиус иона. Присутствие ионов увеличивает интенсивность источника I_m , что приводит к большей концентрации капель $n_d(L_m)$ (в 50 раз на рис. 13) и несколько сдвигает фронт нуклеации вверх по потоку (на 0,3 м на рис. 13).

Если, однако, плазма расширяется очень быстро, то могут быть достигнуты пересыщения, большие некоторого критического:

$$\ln S_m > (6\sigma/n_l kT) (\pi\sigma/16e^2)^{1/2}. \quad (5.13)$$

В этих условиях термодинамический барьер исчезает и каждый ион становится центром конденсации, $n_d = n_l$. Возникает очень мелкодисперсная система, в которой далее происходит коалесценция. Для окиси кремния неравенство (5.13) означает $\ln S_m > 2$. Заметим, что при скоростях расширения, типичных для плазмы в МГД-генераторе, большие значения пересыщения при наличии ионов не достигаются, $\ln S_m \leq 1$.

Возникшая при нуклеации капелька быстро заряжается в плазме. Время зарядки $\tau_z \ll \Delta t_m$. Наличие заряда Z эффективно повышает пересыщение пара над поверхностью заряженной капли, ускоряя тем самым ее рост. Однако если $Z^2 e^2/16\pi\sigma r^{*3} \ll 1$, этот эффект незначителен.

5.3. Электропроводность плазмы с КДФ. Электропроводность плазмы

$$\sigma = \frac{e^2}{m} \frac{n_e}{\nu}, \quad (5.14)$$

где n_e — концентрация электронов проводимости; ν — частота столкновений электронов с остальными частицами плазмы. При введении в плазму конденсированной фазы изменяются как n_e , так и ν . Влияние конденсированной фазы на n_e обсуждалось в § 3 и 4. Если концентрация частиц конденсированной фазы не очень высока, величина n_e заметно не меняется. Проводимость, тем не менее, может понизиться, так как столкновения электронов с частицами уже могут приводить к увеличению частоты ν . Оценим этот эффект.

Вклад в величину ν дают столкновения с нейтральными атомами (молекулами) газа, с ионами, а также упругие и неупругие столкновения электронов с частицами, которые можно охарактеризовать частотами ν_a , ν_i , ν_{p1} , ν_{p2} соответственно. Как обычно,

$$\nu_a = n_a q_a \bar{v}; \quad \nu_i = n_i \frac{4\pi e^4}{\bar{v}^3} \frac{\Lambda_c}{\gamma_E}, \quad (5.15)$$

где $\bar{v} = (8kT/\pi m)^{1/2}$; q_a — сечение рассеяния электрона на атоме; $\Lambda_c = \ln(3r_D kT/e^2)$ — кулоновский логарифм; γ_E — спитцеровский множитель, равный 0,582 для однозарядных ионов. Выражение частоты упругих столкновений электронов с частицами записывается аналогично (5.15)

$$\nu_{p1} = n_p \frac{4\pi e^4 Z^2}{9 k^2 T^2} \frac{1}{\bar{v}} \Lambda_p. \quad (5.16)$$

Множитель $\gamma_E \rightarrow 1$ при больших Z . Выражение для кулоновского логарифма Λ_p заимствуем из [39]

$$\Lambda_p = \ln \left| \frac{\sin(\chi_1/2)}{\sin(\chi_2/2)} \right|, \quad (5.17)$$

где χ_1 и χ_2 — углы рассеяния, соответствующие минимальному и максимальному прицельным расстояниям;

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg}(\chi_2/2) &= 3r_D kT / |Z| e^2; \\ \operatorname{ctg}(\chi_1/2) &= \frac{3RkT}{|Z| e^2} \left(1 + \frac{2|Z| e^2}{3RkT} \right)^{1/4}; \quad \frac{3Ze^2}{2RkT} > -1; \\ \operatorname{ctg}(\chi_1/2) &= 0; \quad \frac{3Ze^2}{2RkT} < -1. \end{aligned}$$

Поскольку радиус частиц может быть весьма велик, то заметный вклад в частоту столкновений могут дать неупругие столкновения электронов с частицами. В результате таких столкновений электрон попадает на поверхность частицы. Однако частота ν_{p2} не равна $n_p \bar{v} \pi R^2$. Если $Z < 0$, то электрон должен преодолеть потенциальный барьер ($-Ze^2/RkT$) для того, чтобы попасть на поверхность частицы. Это уменьшает ν_{p2} . Наоборот, если $Z > 0$, ν_{p2} оказывается большей. Содха [40] получил

$$\left. \begin{aligned} \nu_{p2} &= n_p \pi R^2 \bar{v} \exp(Ze^2/RkT), \quad Z < 0; \\ \nu_{p2} &= n_p \pi R^2 \bar{v} (1 + Ze^2/RkT), \quad Z > 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.18)$$

В [4] приведены результаты расчетов σ для некоторого набора параметров плазмы и частиц. Наши вычисления, результаты которых приведены в таблице, выполнены для плазмы паров калия, содержащей частицы с радиусом $R = 10^{-6}$ см и работой выхода $W = 5$ эВ. Сечение рассеяния электронов атомами калия $q_a = 4 \cdot 10^{-14}$ см² (см., например, [12]). Поэтому при $T = 2500$ К частота ν_{p1} будет превосходить ν_a лишь при условии

$$Z^2 (n_p/n_a) 10\Lambda_p > 1. \quad (5.19)$$

Именно при выполнении этого условия электропроводность σ_1 , вычисленная без учета влияния частиц на подвижность ($v = v_a + v_i$), отличается от электропроводности σ_2 , вычисленной с учетом вкладов ν_{p1} и ν_{p2} в полную частоту столкновений. Мелкодисперсные частицы типа рассмотренных в таблице могут появляться в плазме при объемной конденсации в довольно больших количествах. Поэтому они в первую очередь могут воздействовать на электропроводность плазмы.

Формула для проводимости, записанная выше, справедлива при наличии локального равновесия в плазме. Имеются условия, когда температуры частиц и электронов различны.

Таблица электропроводности паров калия с КДФ без учета (σ_1) и с учетом столкновений с частицами (σ_2), $T = 2500$ К

$n_k, \text{см}^{-3}$	$n_p, \text{см}^{-3}$	$n_e, \text{см}^{-3}$	$\sigma_1, \text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$	$\sigma_2, \text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$
10^{16}	10^{13}	$9,7 \cdot 10^{13}$	111	91
10^{16}	10^{11}	$3,2 \cdot 10^{13}$	176	158
10^{14}	10^{11}	$9,4 \cdot 10^{12}$	191	142
10^{14}	10^{10}	$9,7 \cdot 10^{12}$	200	193
10^{13}	10^{11}	$2,4 \cdot 10^{12}$	166	94
10^{13}	10^{10}	$2,7 \cdot 10^{12}$	193	178

В этих условиях функция распределения электронов по скоростям не является максвелловской, а должна находиться из решения уравнения Больцмана. Задача о вычислении проводимости с учетом неизотермичности решалась Самуйловым [41, 42].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sugden T. M., Thrush B. A. — Nature, 1951, vol. 168, p. 703.
2. Shuler K. E., Weder J. — J. Chem. Phys., 1954, vol. 22, p. 491.
3. Соу С. Гидродинамика многофазных систем: Пер. с англ. М.: Мир, 1971.
4. Sodha M. S., Guha S. — Advances Plasma Phys., 1971, vol. 4, p. 219.
5. Бродский А. М., Гуревич Ю. Я. Теория электронной эмиссии из металлов. М.: Наука, 1973.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Ч. 1. М.: Наука, 1976.
7. Алексеев В. А., Фортвов В. Е., Якубов И. Т. — Успехи физ. наук, 1983, т. 139, с. 193.
8. Эбелинг В., Крефт В., Кремп Д. Теория связанных состояний и ионизационного равновесия в плазме и твердом теле: Пер. с англ. М.: Мир, 1979.
9. Киржниц Д. А., Лозовик Ю. Е., Шпатаковская Г. В. — Успехи физ. наук, 1975, т. 117, с. 3.
10. Партенский М. Б. Там же, 1979, т. 128, с. 69.
11. Гомбаш П. Проблема многих частиц в квантовой механике: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1953.
12. Храпак А. Г., Якубов И. Т. Электроны в плотных газах и плазме. М.: Наука, 1981.
13. Кудрин Л. П. Статистическая физика плазмы. М.: Атомиздат, 1974.
14. Мартынов Г. А. — Успехи физ. наук, 1967, т. 91, с. 455.
15. Einbinder H. — J. Chem. Phys., 1957, vol. 26, p. 948.
16. Аршинов А. А., Мусин А. К. — Докл. АН СССР, 1957, т. 111, с. 461.
17. Аршинов А. А., Мусин А. К. — Там же, 1958, т. 120, с. 747.
18. Аршинов А. А., Мусин А. К. — Радиотехника и электроника, 1962, № 7, с. 890.
19. Smith F. T. — In: Proc. 3d Conf. on Carbon, University of Buffalo, Buffalo, N. Y., 1957. N. Y.: Pergamon Press, p. 419.
20. Smith F. T. — J. Chem. Phys., 1958, vol. 28, p. 746.
21. Dennery F. — Intern. Symp. on MHD Electrical Power Generation. Vol. 1. Paris, 1964, p. 195.
22. Зимин Э. П., Михневич З. Г., Попов В. А. — В кн.: Тр. Международного симпозиума по производству электроэнергии с помощью МГД-генераторов. Австрия, Зальцбург, 4—8 июля 1966 г. ВИНТИ, 1968, с. 180.
23. Sodha M. S., Palumbo C. J., Daley J. T. — Brit. J. Appl. Phys., 1963, vol. 14, p. 916.
24. Лукьянов Г. А. Теплофизика высоких температур, 1976, т. 14, с. 462.
25. Займан Дж. Модели беспорядка: Пер. с англ. М.: Мир, 1982.
26. Rajagopal A. K. — Advances Chem. Phys., 1980, vol. 41, p. 59.
27. Gibson E. G. — Phys. Fluids, 1966, vol. 2, p. 2389.
28. Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Электронные свойства легированных полупроводников. М.: Наука, 1979.
29. Kirkpatrick S. — Rev. Mod. Phys., 1973, vol. 45, p. 574.
30. Самуйлов Е. В., Воскресенская Н. В., Рабинер Я. П. — В кн.: Теплофизические свойства газов. М.: Наука, 1973, с. 153.
31. Фортвов В. Е. — Успехи физ. наук, 1982, т. 138, вып. 3, с. 361.
32. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1982.
33. Смирнов Б. М. Физика слабоионизованного газа. М.: Наука, 1972.
34. Райзер Ю. П. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1959, т. 37, с. 1741.

35. Martinez-Sanchez M., Kolb C. E., Kerrebrock J. L. — J. Energy, 1978, vol. 2, p. 31.
36. Im K. H., Chung P. M. 17th Symp. Eng. Aspects Magnetohydrodyn., Stanford, CA, 1978, p. C. 5.1.
37. Жуховицкий Д. И., Храпак А. Г., Якубов И. Т. — Теплофизика высоких температур, 1983, т. 21, с. 982.
38. Жуховицкий Д. И., Храпак А. Г., Якубов И. Т. — Там же, с. 1197.
39. Rose D. J., Clark M. Plasmas and controlled fusion. N. Y.: Wiley, 1961, p. 62, 162.
40. Sodha M. S. — Brit. J. Appl. Phys., 1963, vol 14, p. 172.
41. Самуйлов Е. В. — В кн.: Свойства газов при высоких температурах. М.: Наука, 1967, с. 3.
42. Горбатов А. В., Самуйлов Е. В. — Теплофизика высоких температур, 1978, т. 16, с. 709.
43. Драган Г. С. — В кн.: Физика аэродисперсных систем. Вып. 21. Киев — Одесса, 1982, с. 74.